

第6学年 単元名「倍数と約数」
「数学的な考え方」を育成する授業構力
～問題把握と見通しから自力解決へとつなぐ～

1 単元の指導にあたって

(1) 本単元で育てたい数学的な考え方

本単元では第4学年での「偶数、奇数」の学習を受けて、倍数や約数について学ぶ。整数について「倍」「あまり」という観点から考察を加え、何倍かした数を倍数、割り切れる数を約数として類別していくことで整数の概念の拡張を図る。また2つ以上の整数の倍数や約数について、共通するものを公倍数、公約数という集合的な見方も身に付けていく。さらに最小公倍数の倍数が公倍数であることや最大公約数の約数が公約数であることなど、それぞれのつながりにも目を向けることから、一層理解を深めていくことをねらいとしている。

小学校指導要領解説算数編によれば、本単元での指導内容は、

(1) 整数の性質についての理解を一層深める。

ア 倍数、約数について知ること。

となっている。そして、この単元で身に付けさせたい数学的な考え方として、

A：学習内容にかかわる「数学的な考え方」（数学的な態度）

公倍数や公約数について、簡単に見つけるには2つの数のうち大きい数の倍数や小さい数の約数に着目して考えることができる。また、日常的な場面において2つの数値の移り変わりを理解し、ある事象が起こることに対して公倍数や公約数をあてはめて考えることができる。

B：問題解決の過程にかかわる「数学的な考え方」（数学の方法に関係した数学的な考え方）

倍数や約数の問題を把握し、見通しをもって何倍かしたり分けたりしながら自力解決を図ることができる。

C：実生活での合理的な営みを支える「数学的な考え方」（数学の内容に関係した数学的な考え方）

整数を倍数や約数の観点から考察し、分類したり共通な性質をもつことを見出したりする考え方ができる。

が挙げられる。

(2) 児童の実態（削除）

(3) 数学的な考え方を育てるための手だて

① つまずきそうな場面に教具を用意することで、題意を把握し見通しがもてるようにする

児童は最初に問題が理解できないと、その後の活動への意欲を失い解決への見通しもてない。また、誤った考え方をしても、そのことに気づかずそのまま進んでしまうこともある。そこで、理解上つまずきそうな場面で、間違った例を示したり具体的なイメージがもてる活動を行ったりすることで、問題に含まれる数学的な考え方を身に付け、解決への見通しがもてるようにする。本単元では数についての性質を見出すことが目標であるが、量をともなった数をもとに倍数や約数の意味をきちんと理解することも大切にする。

② 見通しをもとに調べる方法を選択し、算数的活動を行いながら自力解決へとつなぐ

見通しがもてても自力でやって確かめないと本当に理解したとはいえない。自力でやってみることが苦手な児童が多いコースだけに、様々な方法を用意し、算数的活動を自分なりにやってみることができるようにする。その際、自己選択の理由や、調べてわかったことなどをかかせることで考えの変容を残すように配慮する。そして「自分でできた」という自信をもたせ、考えることへの抵抗を少なくしていく。

③ 適切な個別指導で数学的な考え方の高まりを促す

児童同士が話し合う中で高め合えるようになるために、まずは児童が反応を示し教師と対話することから始め、教師が児童同士の交流の受け渡し役となる。そのために児童の考えていることを的確に把握し、どのように助言したり全体の中で取り上げたりするかに配慮していく。

2 単元目標

- ・ 倍数、約数の概念をもとにして整数の性質を見出し、問題を解決しようとすることができる。
(関心・意欲・態度)
- ・ 整数を、倍数、約数の観点から考察することができる。
(数学的な考え方)
- ・ 倍数、約数を求めることができる。
(表現・処理)
- ・ 倍数、約数などの意味を理解し、整数の性質についての理解を深めることができる。
(知識・理解)

3 単元構成と評価基準

次	時	学習活動(じっくり)		評価基準	
				B	A
1 倍数と 公倍数	1	組立体操の組の数と人数の関係を表に表し、並んだ数の性質を考える。	関心 知識	数の並びに共通する性質を見つけようとする 九九の「倍」の考え方をもとに倍数の意味を理解できる。	多様な見方で性質を見つけようとする。 「倍」と「割り切れる」の両方で倍数の意味を理解できる。
	2	組立体操の人数替えの場面から公倍数や最小公倍数について考える。	表現 知識	表や数直線をもとに、公倍数を求めることができる。 公倍数を2つの数の倍数で共通する数と理解する。	最小公倍数をもとに、公倍数を求めることができる。 ベン図や数直線からも共通な性質をもつ数と理解できる。
	3	2つの数や3つの数の公倍数や最小公倍数を求める。	表現	2つの数の倍数をかくことから公倍数を見つけることができる。	大きい数の倍数をもとに最小公倍数、公倍数を見つけることができる。
	4	100までの数表でもようづくりをする。	関心	倍数のもようの並び方に気づく。	異なる数の倍数や公倍数の並び方にも気づく。
	5	公倍数を利用して問題を解く。	考え	公倍数を利用して問題を解くことができる。	具体場面で公倍数を利用することに気づき、問題を解くことができる。
2 約数と 公約数	6	花を分ける場面から、分けることのできる数について考える。	関心 知識	わり切れる数をみつけようとする。 わり切れる整数を約数と理解する。	わり切れる数をすべてみつけようとする。 約数の意味とともに、わる数と商を組として理解する。
	7	2種類の花を分ける場面から、公約数や最大公約数について考える。	表現 知識	2つの数の約数を求めることから、公約数を求めることができる。 公約数、最大公約数を共通な約数として理解する。	公約数を、最大公約数の約数であることに気をつけて求めることができる。 図や表からも公約数、最大公約数の意味を理解する。

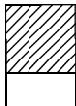
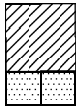
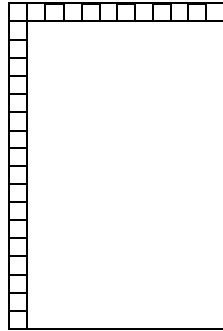
	8	公約数の求め方を考える。	考え	小さい数の約数をもとに、公約数を求めることができる。	2数の関係にも気をつけながら公約数を求めることができる。
	9	公約数を利用して問題を解く。	考え	公約数を利用して問題を解くことができる。	具体場面で公約数を利用することに気づき、問題を解くことができる。
3	10	練習問題を解く。			
	11	倍数や公倍数を見つける練習をする。	考え	公倍数や公約数の並びのきまりを見つける。	倍数を簡単に見つける方法を理解し、数の理解を深める。

4

指導の実例（9／11）

授業後の考察

授業中の指導

教師の活動	児童の反応
1 問題をつかむ（問題文を黒板に貼る）。 1目盛り1cmの方眼紙の長方形があります 縦は18cm、横は12cmです。これを目もりにそって切り、紙のあまりが出ないように、同じ大きさの正方形に切り分けます。 • ということか分かる。 • この問題の中で、大事なことは何でしょう。 長方形の・・・。 （1人1枚ずつ問題にある方眼紙を配る。） • で、どうするの。 • ということか分かる。 • この正方形、同じ長さはどこ。 • 縦、横と言わずに。 • こういう風に切るのは、どう。   （同じ大きさの正方形。あまりが出ない。）と板書 • そしたら、どうい風に切ったらいいの。 • 一番小さい正方形なら、何cm。 • 裏返してマス目があるよね。 • 1cmの正方形を置く。 • こういう風に切っていけるね。 縦、横1列に置く。 • 縦にはいくつ並ぶ。 • あまりは。 • 横には。	声に出して読む。  • 難しい。 • 縦と横の長さ。 • 方眼紙。 • あまりが出ないように、同じ大きさの正方形に切る。 反応がない • 縦と横。 • 1辺 • いけない。 • あまりがあるからだめ。 • 同じ大きさじゃない。 もう一度問題文に返り、児童自身が線を引くなどして押さえることが必要だったのではないかと。  • 1cm。 • 18。 • 出ない。 • 12。

- ・では他の大きさの正方形は。いろいろな大きさにつくれそうだから、ノートにかいていこう。

いろいろな大きさの正方形に切り分けていこう

- ・どうやって考えるでしょうか。(方法の説明)

- ①実際に切り分ける。
- ②正方形を置く。
- ③シートを載せる。
- ④線を引く
- ⑤頭の中

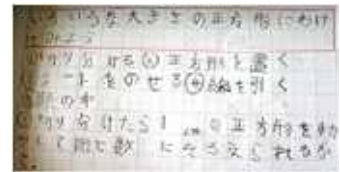
- ・ノートに番号と選んだ理由をかこう。

- ・4cm。3cm (口々に)

学習課題の意味があいまいだった。同じ大きさの正方形に、あまりなく切り分けることを明記するべきだった。

(説明聞いた後、挙手)

- ・4人



- ・1人

- ・5人

2 問題を解く。(自力解決に対して個別指導)

【抽出児A】①を選択

意味がはっきりしないが確認できなかった。

横に5列並べてしまい合わなくなったようだ。

- ・最初の方眼紙の上に置いてごらん。
- ・横が12cmだから3cmがいくつ並ぶ？

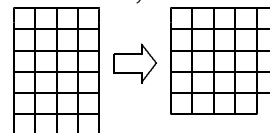
(選択理由) 切り分けたら、1cmの正方形を動かして同じ数にそろえられるから。

- ・ $12 + 18 = 30$ だから、3cmずつでやってみよう。

- ・頭で考えたらよかった。

問題は簡単だと思ったようだ。

(切った後、正方形を長方形に並べ直す。)



(分からない様子)

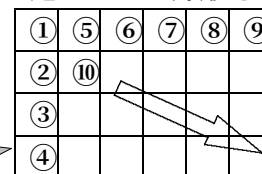
考え直し、きちんと並べることができた。

【抽出児B】④を選択

机間巡視では、結果を見て理解できていると思ってしまった。しかし揭示例から、縦横1列を1番にしなければと考えていたようだ。課題把握では問題文を読まず、黒板を見て考えていた。例のイメージが残ったのだろう。

(選択理由) 簡単そうだから。

1辺3cmの正方形を番号の順にかいた。



1辺2cmの正方形、そして1辺6cmの正方形も同じ順でかいた。

マス目を数え1辺4cmの正方形で分けられないかと思当をつけるが、横が2cmあまることに気づいてやめた。

【抽出児C】⑤を選択

- ・1辺9cmに切って正方形ができるか、方眼紙

(選択理由) かけ算の方が早いから。

ノートに1, 2, 3, 6, 9cmとかいていた。

を使って確かめてみよう。

- ・消した理由を書こう。

確かめずに消した。
本当に分かっている
のだろうか。

約数を求め
ると過不足にな
ることが多い。
方眼紙で確かめ
させよう。

- ・解いてできたことや気づいたことをノートに
かこう。

書くことが苦手。どこまで理解
しているのか把握できなかった。

3 全体で話し合う。

- ・発表してもらいます。

- ・Dさんは切り分ける方法でしました。

この後、2 cmで切り分けられそうですか。だ
れか、2 cmでできた人。

- ・3 cm、4 cmでできた人。

この発言は取り上げたかった。

- ・シートを置いてみるとこうなります。

- ・線を引いた人。

- ・何かきまりがありそうですか。

- ・頭の中でした人。

- ・公約数とは何でしたか。

- ・切り分けた中で1番大きい正方形は何cmでし
ょうか。

発言は続いたが、実際に児
童は理解できていただろうか。

- ・そうですね。(板を置く)

縦を半分にして9 cmの正方形ではだめなの。

書くことが苦手。どこまで理解
しているのか把握できなかった。

4 練習問題を解く。

- ・縦5 cm、横10 cmの長方形で、あまりののでな
いように切り分けられる1番大きな正方形は。

- ・5は、5と10の最大公約数。

- ・縦36 cm、横48 cmの長方形で、あまりのので
ないように切り分けられる1番大きな正方形
は。

- ・ノートに
かいてみよう。

かけないので発表で終わった
が、やはりかかせることで今日
の振り返りをさせたかった。

すぐに9 cmを消した。

- ・9は、18は割り
切れるけど12は
割り切れないから。

(ほとんどの児童が何もかけなかった。)

Dさんは2 cmに切り分ける作業の
途中で終わっていた。1番に取り上
げ、できるか確認するようにした。

- ・線を引いたらできた。

- ・3 cmでできた。

- ・切り分けると、置くのはいっしょやろ。

- ・1 cm、2 cm、3 cm、6 cmができた。

- ・1辺は1 cm、2 cm、3 cm、6 cm。

- ・1、2、3、6は12と18の公約数。

- ・公約数は割り切れる数。

- ・2つの数の約数で、どちらもわりきれる数。

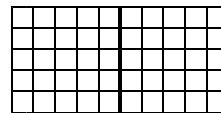
- ・最大公約数だ。

- ・6 cm。

- ・9だったら、12を割り切れない。

同じ長方形の問題で理解を確認するこ
とができた。ただ2問目は数が大きく、
公約数を見つけるのに苦労していた。

- ・5 cm。



- ・1 cm。

(なかなか求められない様子)

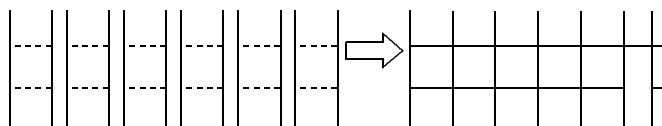
- ・12

- ・3をかけたら36になる。

- ・どちらの公約数を1辺にすると正方形ができ
る。

- ・1番簡単に考えて、約数を使って切り分けると
正方形ができる。

切りなくてもいい方法でやってみたら。(助言)



(切り分けた後ノートに)

「1 cm, 2 cm, 3 cmの正方形に分けられた。」とかいた。

・ 1 番大きな正方形は。

・ 1 番大きな正方形を見つけるには、最大公約数を使えばいい。

切り分ける活動では3 cmまでだったが、それをもとに求め方には気づくことができた。ただノートにかいたり発言したりと表現することは苦手で、活動したことや考えたことをかく力を付けていくことが課題である。

③ 適切な個別指導で数学的な考え方の高まりを促す

単元を通して、倍数では“いくつかずつたして”求めようとするが多かったので、表から見つけた倍数の特徴を振り返り、かけ算で考えたり、わり算で倍数かどうかを判断したりするように助言した【図3】。また、約数はわり切れたときのわる数だと考えている児童がいたので、わる数と商のどちらもが約数になることや、かけ算でも求められることを助言をして、取り落としなく早く考えられるようにした【図4】。

6 年男子で組み立てをします
3 人組を 組つくります。

組	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

・ 3 や 7 増えている。
 ・ 3 のたんのちがち。
 ・ 3 でわり切れる。

25 人... 1 人余る。
3 でわり切れない。

3 の倍数

【図3 倍数の表から】

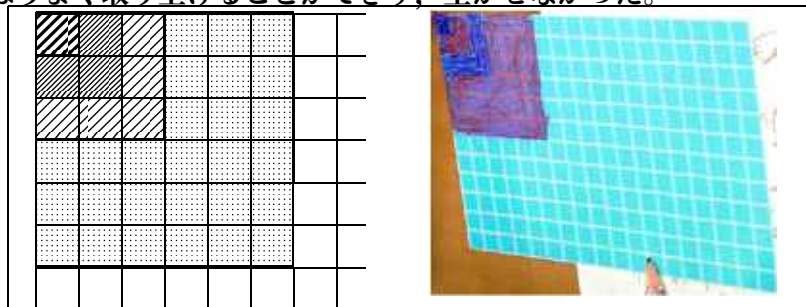
約数は、例えば8だ、15から8でわり切れる数字のこと。8 ÷ 〇で〇のところがり切れる数字 約数です。

最初には、絶対に「1」がわり切れるということが分かりました。あと、かけ算なども使って、求めることができるということも分かりました。

（約数になるもの）

【図4 約数についての感想】

児童Eは本時「公約数がわかればできるから。」という理由で⑤「頭の中」でする方法を選択した。最初から公約数を使えばよいことに気づいて、ノートには「1 cm, 2 cm, 3 cm, 6 cm」とだけかいた。それから【図5】のように方眼紙に色を塗り始めたので、どうしてこのように色を塗ったのか聞くと、「公約数だから、色を塗れる。」と答えた。最大公約数の中に公約数が並ぶことを図示する考え方ができていた。児童はそのことを言葉で十分説明できなかったのだが、教師も全体の場ではうまく取り上げることができず、生かせなかった。



【図5 児童Eの塗った正方形】

6 実践のまとめ

(1) 成果

理解に時間がかかる児童にとっては、まず問題の意味を把握し見通しがもてるかが大きな山であり、その時間の学習意欲にも大きくかかわってくる。今回の実践では、児童がつまずきそうなところで数直線や図などで視覚的に考えられるような教具を用意したことと、児童の活動に合わせて教師がかかわっていったことで、児童は「そうか、できそうだ。」と思い、その子なりの考え方を進めることができた。その取り組みを全体で十分話し合うまでには至らなかったが、個々には光る考えをもち、教師の助言を受けたり、教師に表現したりすることでそれぞれに深めることができた。

また、早くできた児童ができていない児童に自分の解き方を説明することが少しずつではあるができるようになっていく。最初は「他の子に説明するのは無理。」と消極的だったのが、「自分のやり方だったらこうなった。」と言っている。まだ一方通行ではあるが続けていきたい。

(2) 課題

教師が児童の反応に対して、数学的な価値をきちんと見出しうまく取り上げていくことが大切になるが、後になってそういう考え方をしていたのかと反省することが多い。特にじっくりコースの児童は取り組んだ過程や考えたことなどをかくことが苦手で、教師の推測や判断にかかっていることが多い。ねらいを明確にして児童の反応を見取る力を付けなければならない。

また、児童は教師との対話から、児童同士で話し合うことで考えを高められるようにしていくことが今後の課題である。