

香川県算数教育研究会研究主題

子どもと算数を創る

- 数学的な考え方を育成する指導と評価 -

子どもが表出する数学的な考え方
第6学年 単位量あたりの大きさの実践から

日 時 平成18年1月4日(水)

場 所 香川大学教育学部附属高松小学校 恵心館

子どもが数学的な考え方を表出するために... 次の5点から考察する。

具体場面として捉えること、意見の対立を呼ぶこと、子どものナマの声から引き出すこと、子どもの論点を整理すること、抽象化された発言を別表現にすること

1 本時に身に付けさせたい数学的な考え方の明確化

本時においては次の4つの数学的な考え方が働く。

- (1)混雑度を表すために、広さと面積を関係づけること(関数的な考え)
- (2)整合性を図るために説明すること(演繹的な考え)
- (3)反例をだすこと(特殊化の考え)
- (4)混雑度を表す単位に着目すること(単位の考え)

本単元は組み立て単位の導入といってよい。(教材研究:量と測定の導入参照)混雑度は広さや人数といった1つの単位では表すことができないということ子どもたちから言わせることをねらった。そのために1年生からの量と測定の導入場面を振り返りながら比較をした体験を呼び起こした。何の幾つ分という数値化をすることで、具体的な場面を抽象的に処理してきたのである。本時は今までのような都合のいい単位は存在しない。これからは自分で単位を作っていくことができなければならないのである。だから「広さと人数を使って数値化する」ということばは、ぜひとも子どもから出さなければならないと思っていた。

【授業記録 2】

「この教室(恵心館南)が(6赤教室の)2倍だとしたら、人数も2倍で80人。(のところに105人いる)」

「面積と人数を関係づけたんだね」

本時の題材は、割合で考えとしらうめの間が混んでいて、差で考えと同じになるように数値を設定した。それは、子どもたちの仮説を肯定することも否定することも子どもにとって意味を持つと考えたからである。これらの意見対立をねらって、お互いに演繹的に説明し合うように助言によって焦点化した。

部屋の畳数と人数

しらうめの間
12畳 8人
(1.5畳/人 0.75人/畳)
楳の木の間
9畳 5人
(1.8畳/人 0.55人/畳)

【授業記録 3】

「今、意見を聞くとね、わり算しているタイプとひき算しているタイプがあるなあ。片一方は(こんどる度)同じだぞって言うけどどういうことが分かるかな。」

そのためには相手の納得いく操作で説明するか考えの反例となるものをだすかである。反例を子どもたちで考え出すことはできなかったが、教師の提示により特殊化の考え方の的確さは味わえたようである。

【授業記録 3~4】

「畳1畳を一人分と考えて、4畳余って楳の木も4畳余るから、こんどる度はどちらも同じだと思います。」

「両方とも4畳だけど、12畳のうちの4畳と、9畳のうちの4畳が余ってるから違うと思う。」

「同じ4畳でももとが違うので、間違ってると思います。」(自分の考えを引き下げる)

= ポリヤ G.Polya =

知的勇氣

自分のしたことや判断について「おかしい」とか「不十分なことがあるかもしれない」と思ったら、確かめたり、やり直したりすること。この判断に勇氣が必要である。見直しをすることや友達の意見を聞き入れることそのものがすばらしいということ。

知的誠実

確かめたり、やり直したりした結果、その通りでよいことが分かった場合は受け入れ、間違いや不十分どころが見つかった場合は潔く改めること。

賢明な自制

確かめたり、やり直したりした結果、明確な判断がつかない場合、優柔不断な態度をとらないこと。先生や発言力のある人の提案でも自分が納得しない限り、いい加減な賛同をしない。

【事後の感想】

「大きさに考えると(100-96みたいに)自分の答えが違っていることがきちんとわかりました。」

「ひき算をして同じ数になっても、もっと極端な数にするとどう考えたって別の方が多いたるときがあるから、わり算をするのが適切だと分かった。」

また、割合によって出された数値の大小をどのように判断するかも本時の大きな課題の1つである。数値の意味を考え(単位の考え)、判断力を養う活動も保証されなければならない。

【授業記録 4】

「1畳の中に人が多い方が混んでるの?少ない方?」

「一人あたりが少ない方が混んでて、1畳あたりが多い方が混んでるの!両方あるんだね。」

2 具体場面からの抽出

子どもたちの考えはまとまっているようで不安定なものである。最終的にたどり着くような内容の考えをしている子どもであっても、場の雰囲気によってどちらに傾くか分からない場合もある。そのために自分だけの意見ではないことを理解できるように他者との交流を組み込む。そして交流した相手との考えを複数意見として採り上げる。これがすべてよいものとはいえないが、複数の発言と認めることで自信をもつことになるし、相談しながら話す過程に発展がある。このような過程で交流していくのだが、子どもだけでは、いい意見でも混乱することもある。また、分かっている者の抽象論にならないように気をつけなければならない。分かっている者の言葉は先が見えすぎて理解が難しく、教師だけの納得になりがちである。

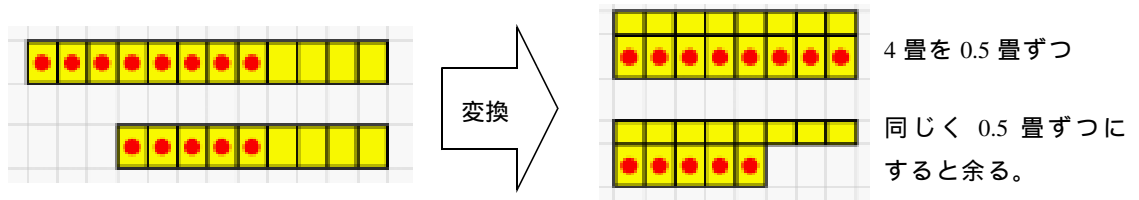
【授業記録 4】

「この余った分を、人数で割らないとダメ。そうすると $4 \div 8$ と $4 \div 5$ で差があるのでしらうめの方が混んでいると思います。」

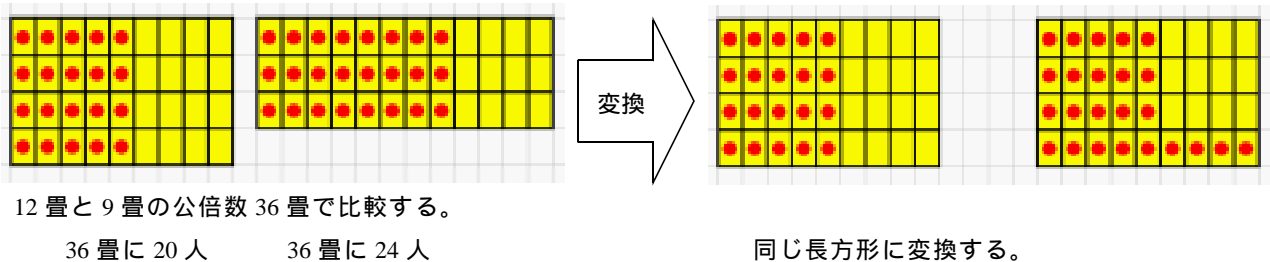
このようなときには教師が介入し焦点化する必要がある。子どもの言葉を整理する。言いたいことの中から要約し、価値付けすることで、話し手も聞き手もすっきりするようにしたい。

具体物や表現物に結びつけることで、段階思考が軽減される。すべてを見越した発言は大人でも難しい。話をする段階がステップで見える状況で話せる配慮が必要である。本時では図を効果的に使うことを心がけた。

あまりの4畳を分配するアイデア

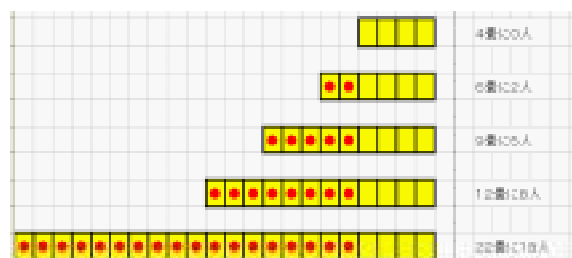


一方をそろえるアイデア（通分、公倍数）



極端な例（特殊化）

差が一定だとして増減させていくと、明らかに混み具合に差がでてくる。はじめは教師主導で示していくが、数値を子どもから言い出すようにもっていく。「12畳に8人」「9畳に5人」から「6畳に2人」を提示し、「4畳だったら...」と投げかけた。「4畳に0人なんか、ありえん!」「他にどんなケースがある?」「100畳に96人はむちゃ。」というふう



子どもが話す内容の中から本時の内容を抽出するためには教師が焦点化した価値観をもっておかねばならない。子どもの意見を要約するという立場で入っているときには、教師の押しつけとはうつらず、聞き入る態度も保たれる。

3 数値が表しているものの意味づけ

子どもが抽象化したとき、数値が実生活と乖離しているケースが高学年から多くなっている。人数を小数で表すこともその例である。本時においても1人あたり15.畳でも1.6畳でもどちらも混んでいると考える子どもいるかもしれない。【授業記録 4】 普段の指導から、量感をつかむことや一般的な判断力を問うような場面を設定しておくことが数学的な見方・考え方を育成することにつながる。【授業記録 5】

第6学年 算数科学習指導案

1 日 時 平成17年6月27日(月) 9:30 ~ 10:15

2 場 所 香川大学教育学部附属高松小学校 恵心館南

3 単元名 単位量あたりの大きさ

4 単元について

(1) 算数科の本質に迫る単元構想

子どもたちは今までに長さ、時間、かさ、重さ、角度、面積の単位について学習してきた。低学年の長さの学習に始まり、それぞれの単位の導入には必ずと言っていいほど、比較の場面で単位による数値化の必要性を感じるように展開されている。

本単元では今までと同様に比較の必要性から学習をスタートさせる。日常的で曖昧な表現から科学的で簡潔・明瞭・的確な表現にしていくのである。混み具合や速さのような概念は、今までのように単一の単位のいくつ分では表せないため、組み立て単位を使わなければならない。面積も組み立て単位の1つであるが、導入においては1cmの方眼を敷き詰めていったので、単位とするものを意識させて活動したことになり、この時点では組み立て単位とは言えないかもしれない。面積の単元の中で公式化していくとき、縦の長さや横の長さをかけて算出する場合に組み立て単位の性質が出てくるが、子どもたちの意識をここには言及させていないからである。その意味では、本単元が組み立て単位との初めての出会いと言っていいだろう。つまり異種の2量を使ってかけたりわったりすることで、身の回りの事象の程度を表すことができることを実感することが重要な内容である。

量と測定領域は小学校だけの領域であり、中学校では数と式、図形、数量関係の中で内容によって扱われたり、理科の中で密度、濃度、熱量、仕事量といった科学的な分野で本単元の内容が発展させられていく。こういった系統を考えると本単元では、単元の導入にあたって身の回りの事象を程度で表すことから始め、それをいかに数値化していき客観的に処理できるかという過程を単元を通して学習していく。そして必要に応じて自分に必要な単位を創り出していける資質を育成したりすることや、速さや人口密度のように単位量あたりの考え方が使われている場面を探してその有用性を理解したりすることがねらいと言える。

(2) 研究主題に迫る支援

本単元は、自分が比較したい事象があり、それを表現することから始める。過程の中のどの考え方をとり上げるかが重要であり、ここに数学的な考え方が位置づけられる。表現というと話形や表現物を先に指導することを考えがちであるが、数学的な内容獲得に向けて進んでいることを価値づけていく助言をしながら「型」となる話形や表現方法を必要場面で示すようにする。つまり表現力育成に向けて大切なのは、何について表現していけばよいかということに目的意識と自信を持たせることである。この目的意識に立ったとき子どもたちは多様な表出をする。それらを交流するときの助言によって確かなものにしていく。ここに教師の支援のポイントがある。

子どもたちが話し合うときに、考えの変容とそのときの判断こそ交流に相応しいはずなのに、結果までの正しい過程だけを説明しがちである。そこで、子どもたちの表現しようとするものをくみ取って、棒読みにならないようにことばを付け加えたり発言の途中でキーワードを抽出したりすることで子どもたちの話し合い活動が活発になることを期待する。そのためには子どもが自分の思考をたどりやすくなる図などの具体物が必要である。これを操作しながら語りはじめる。例えば図を操作して「こうやっていくと、こんなふうになります(帰納)」「だってこれをここにもってくると分かります(演繹)」というような論理的な説明ができるようになる。

本時では割合と差で比較することの是非を問う場面で子どもたちのアイデアが多様に出されるであろう。わずかな違いも数値化して簡潔・明瞭に表されている割合を抽象化として数学的な考え方に位置づける。また、差による比較を否定する段階では極端な例を挙げる特殊化を数学的な考え方とする。この2つの数学的な考え方をよさとして感じられるように話し合い場面で支援していきたい。

5 単元の目標

- ・ 異種の2量を使って身の回りの事象を数値化すると程度を表すことができることに気づき、生活に役立てることができる。
- ・ 速さの意味とその表し方が分かり、速さについての計算ができる。



6 単元構想(全11時間)

第1次	単位量あたりの大きさ	3時間	(本時1/3)
第2次	速さ	5時間	
第3次	身の回りの単位量あたり	3時間	

7 本時の学習指導

(1) 目標 部屋の混み具合を表すのに人数と部屋の畳数の割合を使い、正しく判断できる。

(2) 学習指導過程

学 習 活 動	児童の意識の流れ	教師の支援
0 今までの比較してきた学習経験を振り返る。	長さやかさなど、いろいろなものを測ってきたなあ単位を使って、それぞれを数値で表し、他と比べてきたよ。	必要に応じて単位を作り出して数値化してきたことを確認する。
<p>1 部屋の混み具合に目を向け、学習課題を把握する。</p> <p>部屋の畳数と人数 しらうめの間 12畳 8人 (1.5 畳/人 0.75 人/畳) 楳の木の間 9畳 5人 (1.8 畳/人 0.55 人/畳)</p>  <p>2 見通しを立てて仮説を検証する。</p>	<p>混み具合は、人数だけで考えてもいけない。広さだけで考えてもいけない。</p> <p>部屋の混み具合を、数値化しよう。 畳数と人数を使って表して比べよう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="459 741 735 931">A : (畳数 ÷ 人数) にして割合が小さいほど混んでいるはずだ。</div> <div data-bbox="743 741 1035 931">B : (畳数 ÷ 人数) にして割合が小さいほど混んでいるはずだ。</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="459 965 735 1122">C : (畳数 - 人数) にして残りの畳数が少ないほど混んでいるはずだ。</div> <div data-bbox="743 965 1035 1122">D : 両方とも 36 畳にして人数を比べよう。</div> </div>	<p>長さや重さのときのように専用のものさしがないことや2つ以上の数量が関係している状況を確認する。</p> <p>比較には差を適用したことを学習経験から想起させ、差の考えを全体に紹介して、課題意識を割合と差に焦点化する。</p> <p>公倍数による比較も1つの考え方として認め、一方をそろえていることから割合の考え方と統合的にみることができるようにする。</p> <p>図的表現の場合は1畳をノート2マスと指定する。</p> <p>差では解決できない反例を求める発問をすることで、できないことを演繹的に証明することの大切さを指導する。</p> <p>差で解決しようとしていた児童の変容を紹介し、誠実な態度を賞賛する。</p> <p>公倍数の考え方のよさを検証するために図を用意して操作する。また、割合の考え方は、1にそろえていることに気づくように助言する。</p>
3 追究したことを話し合う。	<p>Aは1人あたりの畳の数が分かるよ。 Bは1畳あたりの人数が分かるよ。</p> <p>差で比べる方法は、場合によって混み具合が変わるからだめだ。</p> <p>公倍数で調べると畳数がそろうのでわかりやすいね。</p>	<p>差で解決しようとしていた児童の変容を紹介し、誠実な態度を賞賛する。</p> <p>公倍数の考え方のよさを検証するために図を用意して操作する。また、割合の考え方は、1にそろえていることに気づくように助言する。</p>
4 単位量あたりの考え方を知り、よさを味わう。	割合で比べるといいけど、混んでいるのは数値が大きい方が小さい方を正しく判断しなければならない。	
5 身の回りの場面で単位量あたりの考え方が生かされているところを探し意欲を喚起する。	<p>今までは1つの単位で比べていたけど、関係する2量の割合を使って比べることができたよ。 1あたりの量で比べられる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">← 生活場面：牛乳の品質表示、肉の値段</div> <p>身の回りから単位量あたりの考え方で解決できそうな事柄を調べよう。</p>	<p>評：単位量あたりの考え方を使得部屋の混み具合を数値化し、判断できたか。 (一斉、挙手と記述)</p> <p>科学で、単位量あたりの考え方が生かされている例を挙げ、単位量あたりの考え方を生活に生かしていく意欲を喚起する。</p>

「単体量あたりの大きさ」 評価規準

単元 の 評 価 規 準	算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての表現・処理	数量や図形についての知識・理解
	単体量あたりの考えのよさがわかり、これを用いて関連する2つの量の大小を比べようとする。	単体量あたりの考えを使って、関連する2つの量の比べ方を考えることができる。	単体量あたりの考えを使って問題を解決し、生活に役立てたり、速さについての計算ができる。	単体量あたりの考えがわかり、速さの意味とその表し方がわかる。

時	ねらい・学習活動	関	考	表	知	学習活動における具体的評価規準
1 本 時	混み具合を比べることに より、単体量あたりに着 目する考えを理解し、本 単元の学習課題をとらえ る。(部屋の混雑度)					【 関・考 】「混み具合を調べるのに、「たたみの数」か「子どもの数」のどちらかをそろえればよいことに気付き、単体量あたりの考え方に着目しようとする。」 B：どちらかの量をそろえれば、混み具合が比べられることがわかり、進んで調べようとする。 A：同じような考え方は、生活の中に他にもたくさんあることに気付き、そのことを表現することができる。
2	日常生活で単体量あたりの 考え方が用いられる場 面を知り、これを用いて、 2つの観点から量の大き さを比べることができる。(収穫高、燃費)					【 表 】「単体量あたりの考え方をを使って、収穫高、効率のよい車比べの問題を解決することができる。」 B：指示された方の量を単体量にそろえて、効率のよさを判断することができる。 A：どちらの量を単体量にするか自分で決めて処理し、効率のよさを判断することができる。
3	日常生活で単体量あたりの 考え方が用いられる場 面において、1つの観点 から量の大きさを比べる 方がよい場面のあること を知る。 (人口密度)					【 考 】「密度の問題と単価の問題で、どちらの量を単体量にすれば比べやすいか考え、判断することができる。」 B：人口密度やものの単価を求めることができる。 A：他の比べ方よりも考えやすいことを理解して、人口密度やものの単価を求めることのよさがわかる。 【 知 】「1km ² あたりの人口を人口密度ということがわかる」 B：「人口密度＝人口÷面積」で求められることがわかる。 A：1人あたりの面積でこみぐあいを比べるより、人口密度で比べた方が比べやすいことがわかる。
4	速さの意味とその表し方 を理解する。					【 知 】「速さの表し方がわかり、単位をそろえて速さを比べることができる。」 B：速さを求める公式を知り、速さを求めることができる。 A：単位時間に進む距離で比べるとよいことに気付き、速さの公式を導き出すことができる。
5	速さと時間を知って、道 のりを求めることができ る。					【 表 】「速さと時間を知って、道のりを求め、公式にまとめることができる。」 B：線分図をもとに、道のりを求めることができる。 A：速さを求める公式をもとにして、道のりを求める公式を考えて、道のりを求めることができる。
6	道のりと速さを知って、 時間を求めることができ る。					【 表 】「道のりと速さを知って、時間を求め、公式にまとめることができる。」 B：線分図をもとに、時間を求めることができる。 A：速さや道のりを求める公式をもとにして、時間を求める公式を考えて、時間を求めることができる。
7	時速と分速と秒速との相 互関係がわかり、いろい ろな速さを比べることが できる。					【 表 】「速さを比べるのに、どちらか一方の単位にそろえればよいことが理解できる。」 B：時速・分速・秒速をそれぞれ違う単位に変えることができる。 A：速さは単位時間に進む距離のことであることから、時速・分速・秒速を違う単位に変える仕方を考えることができる。
8	「練習」をすることを通して、単体量あたりの大きさを調べることの習熟を図る。					
9	おじさんの家までの経路 を決める生活場面で、情 報を選択し、本単元で学 習した内容を統合して問 題を解決 することができる。					【 考 】「個々の課題において、必要な数量を見極め、選択した情報をおよその大き さで処理することができる。」 B：必要な情報を見極め、単体量あたりの大きさを正しく求めたり、速さの公 式を使って、問題解決をすることができる。 A：上記に加え、自分で問題をつくったり、違う解決の仕方を考えたりするこ とができる。
10	出発地と目的地をきめ、 様々な方法で進んだとき にかかる時間を求めるこ とができる。					【 関 】「目的地や交通手段を変え、東京からの所要時間を主体的に求めようとする。」 B：1つのコースや方法だけでも選択して、東京からの所要時間を求めようとする。 A：2つ以上のコースと方法を選択して、東京からの所要時間を求めようとする。
11	「復習」をすることを通して速さや一人あたりの医療費などを求めることの習熟を図る。					