

子どもと算数を創る

数学的な考え方の育成をめざして

1 はじめに

< 研究部による目指す子ども像より >

算数を創っていく子ども

算数的活動を通して見出した互いのアイデアを、妥当性・関連性・有効性の視点で練り上げていく中で、数学的な考え方と豊かな感覚を活かして数理を導き出したりつないだりするおもしろさを味わいつつ、算数のよさや生活との結び付きを実感していく子ども

「わかる・できる」楽しさを味わいながら、基礎・基本的な内容を習得するとともに、それらを基にしてより便利（簡潔，明瞭，的確）な数理の獲得を目指していく子ども

上記のような子どもを育成するために本校が研究を進めている「問い」を育てるという点から迫ってみようと試みた。

2 本校における研究主題

「問い」を育てる学習指導のあり方

(1) 「問い」とは

子どもたちは、これまでの生活経験，既習事項では解決することができない問題に出会ったとき，困ったり分からなくなったりする。そこで生まれてくるのが「問い」である。「問い」には素朴な疑問から考え方を追求するものまで様々なものがあるが，子どもたちが，受け身のままで状況に対処しているときは発生しない。なぜなら、「問い」とは他から与えられるものではなく，自ら主体的に問題に働きかけたときに，生まれるからである。

「問い」は，未知の問題だけでなく，教師や友達，自分自身にも向けられなければならない。問題解決の過程において，教師と子ども，子ども相互の支え合いや学び合いが必要であり，教師や友達に積極的に問いかけていく力，友達に学び，自分自身を見つめる力が大切になってくる。

確かな学力を身に付けるためには，子どもたち自身，心を動かして問わなければならない。問わなければならないから「問いなさい。」ではなくて，教師は子どもたちが問わざるを得ないような場作りを工夫する必要がある。つまり，指示的アプロ-チはなるべく控え，子どもたち自らが「問い」を発し，動き出すような学習指導のあり方を研究し，実践しなければならないと考えたのである。

(2) 問いかけの対象

教材に問う

「なぜ...。」「あれ？不思議だ。」「こう考えれば...。」「きっと...。」等，教材に自ら働きかける「問い」は，学習過程のいろいろな場面で生まれるが，特に導入での「問い」は，学習課題につながるものが多く重要であると考えられる。この教材への「問い」は教材の見方や考え方を育てることとも深く関わる大切な問いである。

人（教師や友達）に問う

学習の過程において，分からないこと，疑問があれば，教師や友達に積極的に尋ね，学習の仕方や考え方等を自分の学習に役立てていく。「　　さんはどう考えたのかな。」「どうして～になるのですか。」等の問いは，友達の良さを認め，自分の考えを深め広げていく交流活動においては不可欠な問いであり，主体的な学習を進める上で，ぜひ育てたいものである。

自分自身に問う

「問い」は，他者への問いかけと自分への問いかけの繰り返しによって深化し，発展していく。「これでいいのかな。」「私は　　と考えていたけど...。」と自分自身の学習を振り返り，自己評価する自分への「問い」は，学習を深めると同時によりよい自分をつくりあげていくものである。

3 研究内容

(1) 子どもの意欲を高め，主体的な活動を促す教材・教具の工夫

子どもたちが，問題意識をもって意欲的に学習に取り組むために，次のような教材・教具を工夫していく必要がある。

- 子どもの興味・関心をよび，問い心をおこさせるようなもの
- 算数の本質へと迫りやすく，鮮明なイメージがつけられるもの
- 子どもの意識や生活に合ったもので「難しいけれどやってみよう」という意欲がわいてくるもの
- 子どもたちが様々な算数的活動を通して学習が進められるもの
- 多様な考えができ，思考活動を促すもの

(2) 交流活動の工夫

「問い続ける」子どもを育てるには，相互交流において「問い心」がわき起こるような場作りを工夫しなければならない。

自力解決で得た自分の考えと友達の考えを比較してもう一度考え直したり，友達の考えをもとに「　　さんはどう考えたのかな。」「　　さんと　　さんの考えの同じところはどこかな。」等友達への問いを発しながら，友達の考えを汲み取ったり，その良さに気付いたりする場を意図的に設定する。その際，時には，教師が揺さぶり発問を投げかけ，立ち止まって問わせることも必要である。さらに理解が深まり新たな問いが生まれると，次の学習への意欲につながる事となる。

4 A コ - スにおける具体的実践(指導案参照)

(1) 本時の学習指導のポイント

三角柱の体積を扱うにあたって

子どもたちは、前時までに直方体，立方体，複合図形の体積について学習し，その求め方について理解を進めてきている。本時はその学習をもとに「他の立体についても体積が求められないかなあ。」「他の立体も体積が求められるのではないかな。」といった子どもから自然に発せられるであろう問いから学習を出発することにした。発展的内容であるが，子どもたちの意識の流れにそった学習を展開していくことで数学的な考えをさらに育成することができる考えたのである。

三角柱の求積方法を考えていく際には，「これまでに学習した知っている立体に直して考えればよいのではないか。」と既習学習に問いながら解決していくことが予想される。そこで，本時においても，既習をもとに学習していく良さを改めて実感させたいと考えた。

また，中学校においては角柱，円柱の体積は「底面積×高さ」で求積できると学習することから，小学校段階で柱体の求積方法を「底面積×高さ」ととらえ直しさせておくことは，これからの学習においても有効であると考えた。

「底面積×高さ」のイメージをもたせるために
次のような二つの教具を工夫した。



ダンボール箱に隠れている三角柱を下から押し上げると底面が持ち上がり，高さができてくる。
(三角柱がせり上がってくる。)



高さに目盛りをつけた透明な三角柱の容器に色水を入れると，底面に見立てた三角形の発泡スチロールが浮き上がってくる。

「柱体の体積 = 底面積 × 高さ」の理解を深めるために

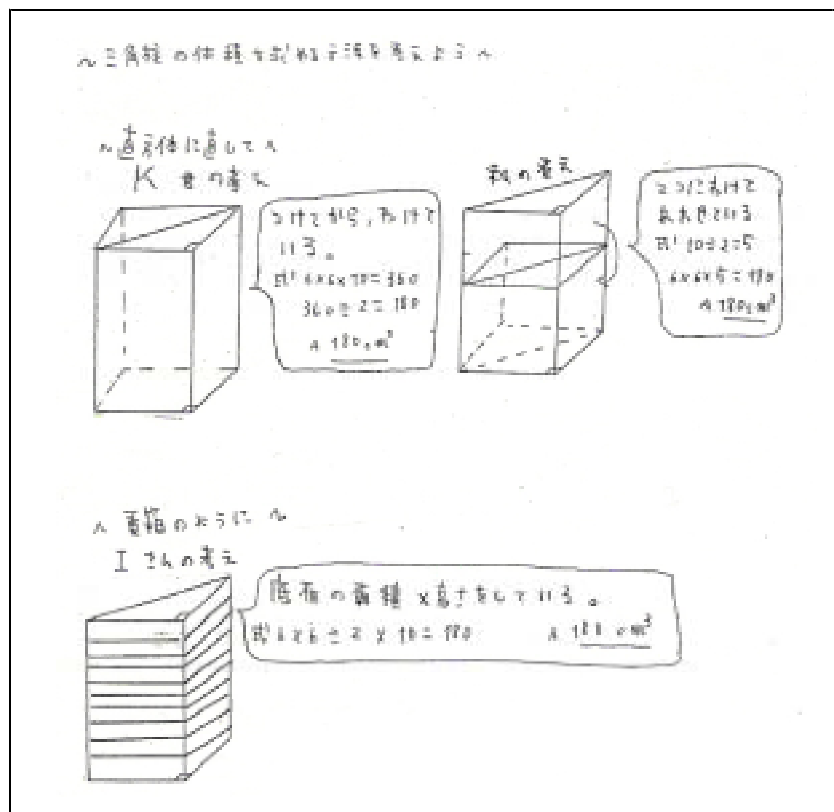
『「底面積 × 高さ」で体積が求められる立体は他にもあるのではないか。』という子どもたちの問いから、また、「底面積 × 高さ」のイメージ理解をより確かなものにするために、いろいろな立体を見せ、「底面積 × 高さ」で求積できる立体を選ばせる活動を取り入れることにした。グループごとにこの求積方法が使える立体とそうでないものに仲間分けをさせることで、柱体とそれ以外の立体に分類できたことから、自ずと「柱体の体積 = 底面積 × 高さ」とまとめることができると考えた。また、L字型やU字型の立体も提示し、底面をどこにするかで見方を変えることで、この求積方法が使えることにも気付かせていきたいと考えた。

5 実践を終えて

(1) 成果

- 三角柱の求積方法を考える際、グループに三角柱の模型（無地の三角柱二つ、方眼の入った三角柱一つ、底面にだけ方眼の入った三角柱一つ）を渡した。模型を二つ合わせながら、ほとんどの子どもたちが、三角柱の体積は直方体の半分になっていると考えることができた。また、三角柱の高さの半分で切って2分の1の高さの直方体に直す方法も考えられた。さらに、前時まで学習していた1段目の体積を求め、高さをかけるという方法も出た。それぞれの方法を子どもたちが図に表したものを提示し、「さんはどう考えたのだろう。」と友達に問う場を設け、一つ一つの方法について図を描いた子どもとは異なる子どもにその考えを発表させた。そうすることで友達の考えを理解し、それぞれの良さに気付くことができた。そして、これまで学習したことを使って考えるという学び方の大切さについても再確認することができた。

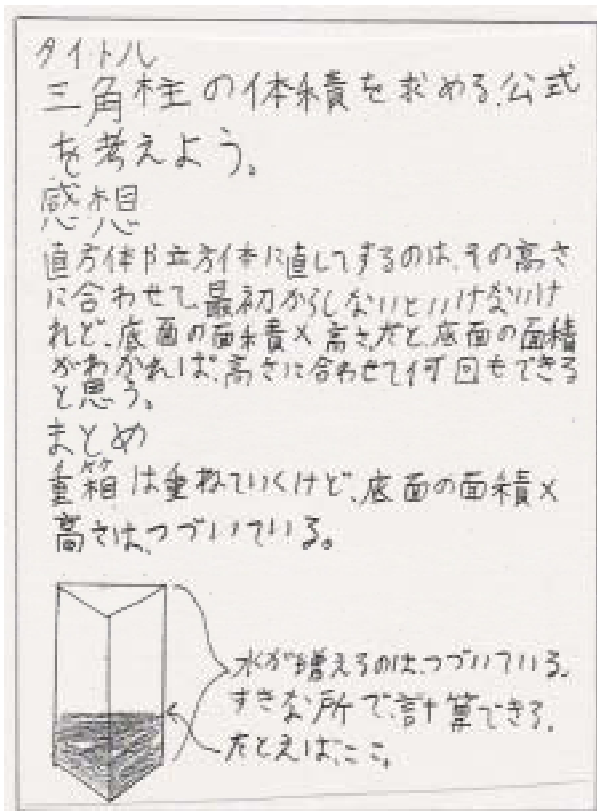
<子どものノットより>



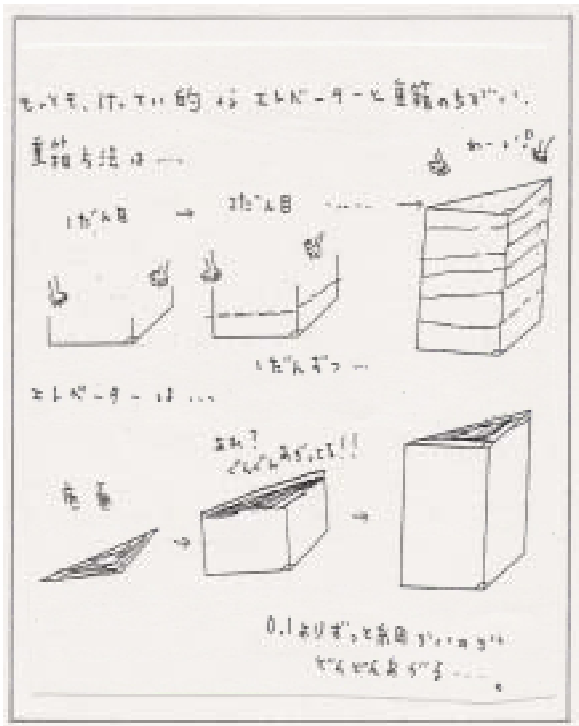
- ・ 「底面積×高さ」のイメージをもたせるために教具を提示すると、子どもたちはどう考えればよいかと一生懸命取り組んでいた。直方体に直したり1段目の体積を求めて高さをかけたりして三角柱の体積を求めた後、1段目の体積（縦×横÷2）は何を表しているのか考えさせた。そして、そこから底面積へとつないでいった。この時点では言葉や式での話し合いだったため、子どもたちにとっては、まだもやもやとした理解のように見えた。その後、もう一度教具を使って操作する（三角柱を押し上げたり三角柱の容器に色水を入れたりしてどうなっているかを見せる）と、うやむやだった理解が少しずつ鮮明な理解へと変わっていったようである。

そして、この「底面積×高さ」のイメージを子どもたちは、“エレベータ方式”と名付けた。前時までの「1段目の体積×高さ」の考えは“重箱方式”と名付けていたので、その考えと比較して違いをはっきりととらえていた。

<子どものノットより>



子どもたちの名付けた“重箱方式”と“エレベータ方式”の違いが映像としてイメージされている。



「底面積×高さ」で求積するよさに気付いている。

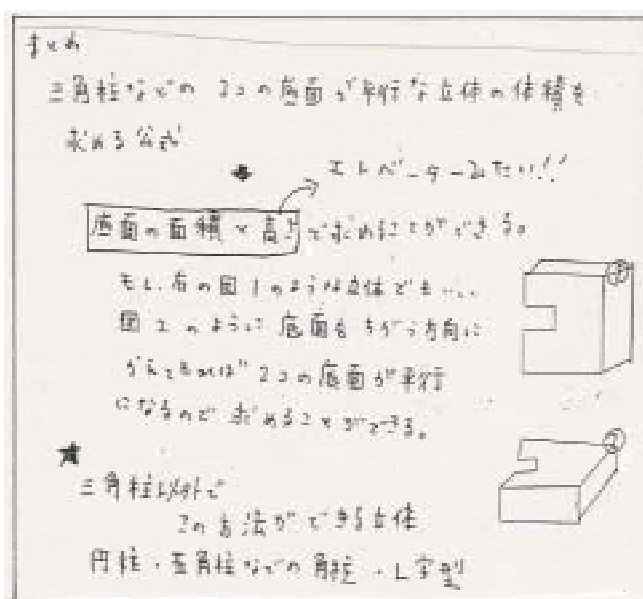
- ・ いろいろな立体を「底面積×高さ」で体積が求められるものとそうでないものに分ける活動では、どの子もすぐに分かり、グループのみんなで迷うことなく分類することができた。この段階ではもう「柱体なら底面積×高さで求積できる。」という理解ができていたと思われる。そのため、発表の時、底面をどこと考えたかということも説明することができた。その際、選んだ立体の底面となるところに黄色の色画用紙をはることで柱体をイメージできるようにした。また、L字型、U字型も底面をどこに決めるかによって“エレベータ方式”が使えることを理解していた。

柱体というものを感覚的にとらえることはできていたので、最後に「底面積×高さ」で求積できる立体はどんなものかなと問うと、子どもたちは「二つの底面が平行になっているもの」「二つの底面が同じ形で同じ大きさのもの」とまとめていた。



グループで「底面積×高さ」で体積が求められる立体とそうでないものに分類している様子

<子どものノートより>



U字型の立体も見方を変えれば、「底面積×高さ」で体積が求められることに気付いている。

<子どものノ・トより>

① 底面の面積×高さ＝体積で求められるものと求められないものがある。求められるものは、2つの底面が平行になっているもの。

求められるもの

求められないもの

エレベーターは4つ、ACITEの2つ、等

(先生が夜なべして作った...)

いろいろな体積を求める方法を調べる道具

- 色水を使って

これは水を入れるとだんだん体積がわかるかんじです。
- はこから三角柱をだす

これは色水のと似ていると思う。エレベーターのようにはかいてある。
- いろいろな形のペーパーをかぶる

あ、これがいいかな。

② 三角柱の体積の求め方を調べてみんなで考えたらいろいろな考え方があふんだんと思いました。

底面の面積×高さ＝体積で求められないものもいくつかとめたいです。

1時間の授業を振り返り、分かったこと等をまとめるなかで、「底面積×高さ」で体積が求められないもの（錐体等）についても考えたいというような新たな問いも生まれている。

(2) 課題

- ・ 「底面積×高さ」について理解を深めるために、その考えで求積できる立体を選ぶという活動を行ったが、さらにそのような立体の見取り図をかかせる等、子どもたち自身にもっと考えさせてもよかった。
- ・ 「だから」「だったら」と教師から問いかけることで子どもたちの思考の方向性を示し、より深い話し合いができるよう導いていくことが大切である。
- ・ 自分がどのように課題解決してきたか、自分の考えの道筋を振り返らせ、学び方も身に付けさせる必要がある。

第6学年 算数科学習指導案

1 単元名 体積

2 単元について

(1) 教材の価値

児童は、これまでに長さ、かさ、重さ、面積の学習を通して、測定の意味や普遍単位の必要性をつかんできている。本単元では、それらの学習の上にたって、もののかさも面積などと同じように単位の大きさを決めると、そのいくつ分として数値化してとらえることができるなど、体積の意味、その単位や測定の意味を理解し、体積を求めることができるようにすることを主なねらいとする。

その際、大切になってくる数学的な考え方は、「類推の考え方」と「単位の考え方」である。すなわち、面積の学習から類推して体積も同じように数値化できるのではないかというアイデアが生まれ、どのように単位の考えを使って数値化することができるかを考えていくのである。

体積は、三次元に広がりをもつ空間領域の大きさの程度を表す量である。体積には、保存性、加法性、乗法性といった性質がある。これらの性質とつないで体積の概念を理解させることも重要である。

(2) 子どもの実態

(3) 問いを育てるための支援

単元の導入では、大きさ比べを通して、かさは、重さや辺の長さ、表面積では比較できない量であることをまず理解させたい。そして、児童の生活経験や既習学習から生まれたアイデアをもとに探求的な算数的活動を取り入れて、児童自身が体積の概念や解決方法を作り出していくことを大切にしたい。その際、面積学習との関連を図り、単位の大きさを決め、そのいくつ分かで数値化する便利さに気付かせたい。

また、 1cm^3 の立方体を実際に積み上げて立体を作ったり、身の回りの箱の大きさを調べたりする等の作業的な活動を通して、体積の量感を育てていくことにする。

本単元を学習するにあたって、大きく二つの問いを大切にしていきたい。一つは、「面積で学習したことが使えないかな。」「前にこんな勉強があったなあ。」「直方体の体積をもとに考えられないかな。」といった『既習学習に問う』ことである。二つ目は、自力解決や交流の場で『よりよい考えを問う』ことである。「どの方法が簡単にできるかな。」「～でも使えるかな。」と問いながら比較、検討し、よりよい方法を追究していくのである。

体積の概念理解や求積において、習熟の程度が異なってくると予想されるので、第3時後、コース選択させ、第4時より習熟度別少人数指導を行うことにする。

本時、A（発展）コ・スは、直方体の求積から発展させ、三角柱の体積の求め方を考えることによって、体積の求め方についての理解を深めさせることにする。児童の考えた三角柱の求め方について比較、検討する中で、柱体の体積の求め方を「底面積×高さ」ととらえ直す学習としたい。

3 単元の目標

単位となる大きさのいくつ分としてももの大きさを数値化することのよさがわかり、進んでこれを活用しようとする。（関心・意欲・態度）

直方体や立方体の体積公式を考え出したり、これを活用して簡単な複合図形の体積の求め方を工夫したりすることができる。（数学的な考え方）

直方体や立方体の体積を求めたり、身の回りのものの概形をとらえて、その体積を概測したりすることができる。（表現・処理）

体積の意味が分かり、単位 cm^3 、 m^3 を知るとともに、かさとの関係をとらえることができる。

（知識・理解）

4 単元の指導計画（全10時間）

- | | |
|----------------|--------------------|
| (1) 直方体・立方体の体積 | ----- 3時間 |
| (2) 大きな体積 | ----- 4時間（本時4 / 4） |
| (3) およその形と大きさ | ----- 2時間 |
| (4) 練習 | ----- 1時間 |

5 本時の学習指導（A：発展コ - ス）

(1) 目標

三角柱の体積を直方体の体積の求め方と関連付けて考え、求積方法について話し合うことを通して、柱体の体積の求め方を「底面積×高さ」ととらえ直すことができる。

(2) 学習指導過程

| 学習活動 | 期待する児童の反応 | 教師の支援活動 |
|-------------------------|---|--|
| 1 直方体や立方体の体積の求め方を想起する。 | <ul style="list-style-type: none"> 1 cm³の立方体がいくつあるか考えて体積を求めた。 直方体の体積 = 縦 × 横 × 高さ、立方体の体積 = 一辺 × 一辺 × 一辺で求められた。 立体は他にもいろいろあるけれどその体積も求められるのかなあ。 | 支 既習の直方体や立方体の体積の求め方を思い出させ、求積公式を確認する。 |
| 2 本時の学習課題をつかむ。 | | 発 三角柱の体積を求めよう。 |
| 三角柱の体積を求める方法を考えよう。 | | |
| 3 三角柱の体積を求める方法を考え話し合う。 | <p>三角形の面積を求めたときと同じように考えられないかな。</p> <ul style="list-style-type: none"> 直方体に直せば分かる。 直方体の体積を求めて2でわるといい。 $(6 \times 6 \times 10) \div 2 = 180$ 三角柱の高さの半分で切って合わせると直方体になる。 $6 \times 6 \times (10 \div 2) = 180$ 1段目の体積を求めて高さをかければいい。 $(6 \times 6 \div 2) \times 10 = 180$ <p>さんはどう考えたのかなあ。</p> <ul style="list-style-type: none"> 三角柱を二つくっつけたり半分に切って合わせたりして直方体に直して求める方法がある。 1段目の体積を求めて高さをかける方法は、直方体の体積を求めるときにも使った考えだ。 この考えをことばの式にまとめられないかな。 「底面積×高さ」の考えは他の立体の体積を求めるときにも使えるかなあ。 | <p>支 底面が直角二等辺三角形（1辺6 cm）高さが10 cmの三角柱の模型を提示して考えさせる。</p> <p>助 （底面積が2倍で高さが同じ直方体の模型を見せながら）直方体に直すことができないかな。</p> <p>支 友達の考えを立体模型を使って説明させ、それぞれの良さに気付かせる。</p> <p>発 それぞれの考えを比べて気が付くことは？</p> <p>支 高さ1 cmの三角柱を積み重ねていき、「底面積×高さ」のイメージをもたせる。</p> <p>支 児童の話し合いをもとに「三角柱の体積 = 底面積×高さ」とまとめていく。</p> |
| 4 「底面積×高さ」で求積できる立体を考える。 | <ul style="list-style-type: none"> 底面積が積み重なっていくのだからとんがっている立体はだめだ。柱体ならどれも求められそう。 | <p>発 「底面積×高さ」で体積が求められる立体はどれでしょう。</p> <p>支 いくつかの立体模型を提示してその中から選ばせ、理由も発表させる。</p> |
| 5 本時の学習を振り返りまとめをする。 | <ul style="list-style-type: none"> 今日は直方体の体積をもとに三角柱の体積を求めることができた。 「底面積×高さ」を使えばいろいろな柱体の体積が求められるな。 | <p>支 本時の学習を振り返り、分かったこと感想をまとめさせる。</p> |

(3) 評価

三角柱の体積を自分なりの方法で求め、「底面積×高さ」で求積できる立体を選ぶことができたか。

(1) 討議

《底面積×高さについて》

底面積×高さは子供から出たのか。

- ・・・ 「たて×横÷」は子供から出たので、一段目と底面積が同じになっていることから「底面積×高さ」とした。
面積の時に長さの単位が面積にあてはまることを経験し、面積の時と同じように体積も長さで求められるが概念として体積を押しさえることが必要である。
立方体や直方体の指導の時に 1cm^3 の数を数えることをしっかり認識させることが大切でその上で本時の授業がなされればよい。そのためには、積み木の数を数えるなどの操作を入れておくとよい。
子供たちの反応を見ると 1cm^3 は意識されていると思う。中学校へのつなぎの授業としてはよいと思う。
面積と一段目が同じとするには、積み木を重ねたり高さが 1cm よりも小さいものを考えたりすればよい。
ここでは底面積×高さよりも体積を量としてとらえることが大切なのではないか、だから高さ 1cm^3 なら平面で考えても同じなので底面積×段と考えるようにする。
直角二等辺三角形だけで三角柱の一般化がなされたのか。
- ・・・ 他の図形を考えることで広げていけたと思う。

《問い心について》

単元構成として柱体を学んだ後に求積を考えてもよいのでは。そうすると、問いの連続性につながってくる。

(2) 指導

小学校段階では、量の概念として体積をとらえ、 1cm^3 のいくつ分で表せるというのが一番大事である。

子供の問いを大切に授業されているので、三角柱の求積でも 1cm^3 が底面にいくつ並んでいるかというところに目が向いていると思う。統合の考え方で直方体も三角柱も円柱も柱体ならば底面積×高さでできるとまとめられる。

教材に問うとはまさしく教材研究であり、人に問うということは人間関係つくりにつながってくる。自分自身に問うことは、よりよい自分を作り上げることにつながってくる。6年生の子供にどこまで教えていくのかを考えて取り組んだ授業で提案性があった。