

第5学年 単元名「正多角形」

～ 数学的な考え方をのばすための算数的な表現力の育成をめざして～

1 主張点

- ・ 二等辺三角形や正三角形などの三角形や平行四辺形、台形、ひし形などの四角形の内容や性質を理解するために取り組んできた学習活動をもとに、「正多角形」についての学習計画を立てたり、正多角形の定義や見いだした性質を用いて作図したりする活動を通して、根拠を明らかにし筋道立てて考える数学的な思考力を育てる。(既習事項とつなぐ)
- ・ 自分の考えた正多角形の作図の方法や見いだした性質を友達に伝えるために、その根拠をはっきりさせながら説明する活動を通して、複数の考えをつないで正多角形についての理解を深める。(友達の考えとつなぐ)

2 単元について

(1) 教材観

本単元は、正多角形の意味を理解し、基本的な性質を調べたり作図したりすることができるようになることを目標としている。

本単元で学習する正多角形は、今回の学習指導要領の改訂で新たに追加されたものである。平面図形については、第4学年までに円や二等辺三角形や正三角形などの三角形、そして第5学年で平行四辺形、台形、ひし形などの四角形について学習している。そして、それぞれの図形についての理解を深めるために、共通の性質をもつ図形に分類したり、性質を調べたり、作図したり、弁別したりする活動を通して、それぞれの図形の構成要素やそれらの位置関係などに着目することを経験してきている。ここでは、基本図形を多角形や正多角形にまで広げ、平面図形についての理解を一層深めることができるようにする。

本単元で学習する多角形とは3つ以上の直線で囲まれた図形であり、中でも、正多角形は辺の長さがすべて等しく、角の大きさがすべて等しい多角形である。この正多角形には、円に内接する性質、円に外接する性質、そして正多角形の頂点と内接する円の中心とを結んでできる三角形はすべて合同な二等辺三角形である性質などがある。このような性質について、既習の基本図形の分析の観点に立って見通しをもって調べたり、正多角形の定義や性質を用いて作図の方法を考えたりする活動を通して、根拠を明らかにし筋道立てて考える数学的な思考力を育てることができると考える。また、自分の考えの根拠となる事柄をはっきりさせ、友達に分かりやすく説明しようとするにより、数学的な表現力を育成することができる単元である。

なお、本教材は、平成21年度の移行措置対応補助教材「5年わくわく算数」に示されている。この指導計画では、正多角形を「円周と円の面積」の単元の中で追加内容として学習するようになっている。これは、正多角形には円に内接する性質があることから、円と組み合わせて作図したり性質を調べたりすることが有効であると考えているからである。また、正多角形の頂点の数を増やしていけば、円に限りなく近づくことから、円周や円の面積の学習につながりをもたせやすい。そこで、次単元を「円周と円の面積」とし、本単元とつないで学習することにより、児童の意識の連続化を図ることができると考える。

(3) 指導観

児童はこれまでに、平面図形のうち二等辺三角形や正三角形などの三角形や平行四辺形、台形、ひし形などの四角形について学習してきているので、図形の学習ではこれから五角形、六角形...と学習していくという見通しをもつと思われる。そして、五角形の中にも三角形や四角形と同じように特殊な性質をもった五角形があることも予想し、いろいろな学習活動を通して調べていくと推測できる。このような児童の意識を大切に、既習から新たな課題をもつことの価値づけをするとともに、児童と今までの図形の学習を振り返る時間をもち、本単元での学習内容に見通しをもたせた

り、学習活動の計画を立てたりする。この時、例えば、「図形の特徴をとらえるために、辺の長さを調べた」「辺の長さを調べるために、図形を切って辺を重ねた」などのように、何のためにどのような学習活動を行ったかを確認し、それらを既習のアイテムとしてまとめ、本単元でも活用していけるようにしたい。

本時は、正多角形の定義や性質をもとに作図の方法を考える学習を行う。これまでの作図の経験から、「辺の長さや角の大きさが分かればかけそうだ。」と作図の方法に見通しをもって取り組もうとする児童と、「三角形や四角形より形が複雑で、どのようにかけばいいのかな。」「図形を正確にかくのは難しそうだ。」と見通しがもてない児童や作図に苦手意識をもつ児童がいると思われる。そこで、児童を「どんどんコース」と「じっくりコース」の2コースに分け、それぞれの児童の実態に応じた習熟度別少人数授業を行う。

「どんどんコース」では、正六角形と正八角形のどちらかを選択し、定義や図形の構成要素に着目しながら自分なりに作図の方法を考える。この時、手がかりになる事柄をはっきりさせて、それを作図に生かしていけるようにする。そして、実際に作図した後、同じ図形を作図した友達とグループ交流を行い、自分の作図の方法を筋道立てて友達に説明させるとともに、それぞれの図形が正六角形、正八角形であることをグループで確認する場をもつようにする。さらに、全体交流で正六角形と正八角形の作図の方法を比較し、共通点や相違点について話し合う中で、正多角形の性質や作図の方法について一般化を図りたい。

「じっくりコース」では、図形の作図の方法に見通しがもてるよう、正多角形の中の正六角形について詳しく調べ、その性質を見いだす活動を行う。具体物を観察したり、いろいろな大きさの正六角形を比較して共通点を見つけたり、正六角形を切ったり折ったり対角線を引いたりする中で、正六角形は円に内接すること、六つの合同な二等辺三角形（正三角形）に分けられること、中心角を六等分すれば頂点が決まることなどに気付けるようにする。そして、これらの性質を使って作図する方法を考え作図することにより、円を使えば簡単に正確に作図できることに気付かせていきたい。さらに、他の正多角形も正六角形と同じような性質があるか調べることにより、他の正多角形を作図する場合にも活用していけるようにしたい。

3 単元の目標

関心・意欲・態度	数学的な考え方	表現・処理	知識・理解
具体的な操作活動を通して、正多角形に関心をもつ。	正多角形の性質を既習の図形と関連づけて考えたり、活用して問題を解決したりすることができる。	正多角形をかいたり、正多角形の基本的な性質を調べたりすることができる。	正多角形の意味を理解することができる。

4 単元計画（全5時間）

時間	ねらい・学習活動	関	考	表	知	学習活動における具体の評価規準
1 T T	三角形、四角形の学習を振り返り、多角形についての学習内容や学習方法に見通しをもつ。 六角形や八角形を分類する活動を通して、正六角形、正八角形の意味を理解する。					<p>【関】具体的な操作活動を通して、正多角形に関心をもつ。 B：六角形や八角形を構成要素に着目して、分類しようとしてすることができる。 A：六角形や八角形を構成要素に着目して分類し、その共通点を見つけようとしてすることができる。</p> <p>【知】正六角形、正八角形の意味を理解することができる。 B：六角形、八角形の中から正六角形、正八角形を分類することができる。 A：六角形、八角形の中から正六角形、正八角形を分類し、他の図形が正六角形、正八角形でない根拠を説明することができる。</p> <p>既・三角形（二等辺三角形、正三角形など） ・四角形（正方形、長方形、平行四辺形、ひし形など）</p>

2 T T	既習の三角形、四角形の中から、正六角形、正八角形と同じ仲間に分類できるものについて話し合い、「正多角形」の意味を理解する。			<p>【考】正多角形の定義から既習の図形を分類することができる。</p> <p>B：正三角形、正方形の定義や性質から、正三角形、正方形も正多角形であることが理解できる。</p> <p>A：正三角形、正方形も正多角形であることを、正三角形、正方形の定義や性質をもとにして説明することができる。</p> <p>【知】正多角形の意味を理解することができる。</p> <p>B：多角形と正多角形との違いが理解できる。</p> <p>A：辺の数によっていろいろな正多角形があることを理解できる。</p> <p>既・正三角形、正方形の定義や性質</p>
3 4 少人数	正多角形の定義や性質をもとに、正多角形の作図の方法を考え、作図する。 (本時 1 / 2)			<p>【考】正多角形の定義や性質から、正六角形、正八角形の作図の方法を考えることができる。</p> <p>B：正六角形や正八角形の定義や性質をもとに正六角形、正八角形の作図の方法を考えることができる。</p> <p>A：正六角形、正八角形の作図の方法を考え、正六角形や正八角形の定義や性質をもとに筋道立てて説明することができる。</p> <p>【表】正多角形をかいたり、正多角形の基本的な性質を調べたりすることができる。</p> <p>B：正六角形、正八角形を正確にかくことができる。</p> <p>A：正六角形、正八角形が正確にかけているか、定義や性質をもとに確認することができる。</p> <p>既・円、三角形、四角形の作図 ・正多角形の定義</p>
5 少人数	正六角形、正八角形をもとにして、いろいろな模様をかく。			<p>【考・表】正六角形、正八角形をもとにして模様をかくことができる。</p> <p>B：正六角形、正八角形を活用すれば模様がかけることが分かり、模様をかくことができる。</p> <p>A：正六角形、正八角形を活用し、さらに簡単で正確にかける方法を考え、模様をかくことができる。</p> <p>既・正多角形の作図</p>

5 指導の実際

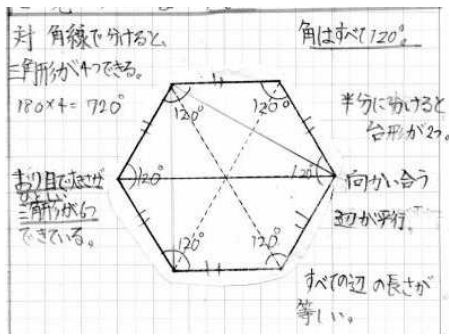
(1) どんどんコース

目 標

正六角形、正八角形の作図の方法を考える中で、正多角形の性質を理解することができる。
学習展開

学習活動（教師の支援(・) 発問())	児童の反応
<p>1 学習課題を確認する。</p> <p>学習内容や活動に見通しがもてるように、本単元の導入時に話し合った学習計画を提示した。</p> <p>学習課題</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">正多角形のかき方を考えよう。</p>	<p>C₁ 前の時間に、正六角形、正八角形の特徴を見つけたよ。辺や角などを調べてみると、いろいろな特徴があったよ。</p> <p>C₂ その特徴を手がかりにすれば、正六角形、正八角形をかくことができそうだ。</p>
<p>2 正六角形、正八角形の作図の方法を考える。</p> <p>(1) 作図の見通しをもつ。</p> <p>前時までに自分で見つけた正六角形、</p>	<p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">作図の見通し</p> <p>[正六角形]</p> <p>C₁ 正六角形のきまり(定義)から、辺と角を測ってかいてみよう。</p>

正八角形の特徴を振り返り、それを使って作図法を考えるようにした。



(2) 作図する。

前時までに折り紙で実物大の正六角形、正八角形を作成しておき、必要に応じて辺の長さなどを調べたり、正確にかけているかどうか確認したりする際に活用できるようにした。

【作図の時の留意点】

- 測った辺の長さや角の大きさは、すべて書き込んでおく。
- 書き終わったら、正六角形、正八角形になっているか確認する。
- 作図の手順を簡単にメモする。
- 早く終わったら、他の方法に挑戦する。

3 正多角形の作図の方法について話し合う。

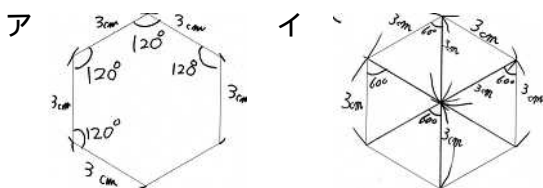
(1) グループで交流する。

同じ図形を作図した友達とグループ交流させ、作図の根拠となる特徴についても確認し合えるようにした。

【交流の視点】

- かき方だけでなく、その根拠となる特徴も説明する。
- 他の正多角形をかく時にも使えるかどうか吟味する。

(2) 全体で交流する。



(正三角形になることの検討)

正六角形を対角線で分けると、本当 →

C2 6つの正三角形をつないでみよう。

C3 3つのひし形をつないでみよう。

C4 円の中心の角を六等分して頂点を見つけよう。

【正八角形】

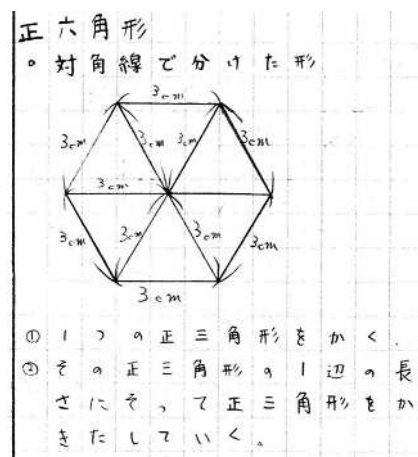
C1 正八角形のきまり(定義)から、辺と角を測ってかいてみよう。

C2 8つの二等辺三角形をつないでみよう。

C3 対角線をかいて頂点を見つけよう。

C4 円の中心の角を8等分して頂点を見つけよう。

作図



グループ交流の様子

【正六角形】

定義から辺と角を測ってかく方法、三角形をつなぐ方法、ひし形をつなぐ方法で交流。

K児は、ひし形の辺の長さのみに着目して作図していたため、角の大きさが等しくなっていなかった。グループ交流で、正六角形の定義などから、角の大きさも測れば正確に作図できると気付いていった。

作図の方法

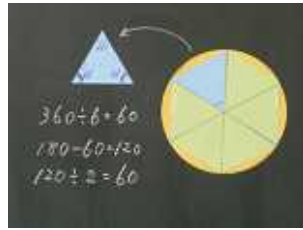
【正六角形】

C1 正六角形のきまりから、辺の長さや角の大きさを測ってかいた。(ア)

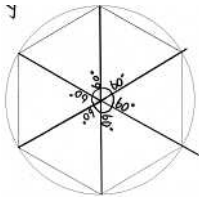
C2 正三角形を6つ合わせた形だから、正三角形を6つをつないでかいた。(イ)

C3 円のまわりの角を6等分すると、1つの角

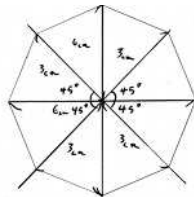
に正三角形といえるの？



ウ



エ



(正多角形の性質をとらえるために)

正六角形と正八角形を比べて共通する性質は？

4 本時を振り返り、次時の課題をもつ。
正多角形の性質の一般化を図り、他の正多角形の作図の意欲を高めるために、正十二角形、正十六角形を提示した。

は 60° 。

C4 対角線で分けた三角形は、二等辺三角形。
C5 二等辺三角形は、2つの角の大きさが同じと同じという性質から、正三角形になる。

C6 円の中心から対角線をかき、頂点をみつけてかいた。(ウ)

[正八角形]

C7 正八角形のきまりから、辺の長さや角の大きさを測ってかいた。

C8 8本の対角線の長さはすべて3cmで、対角線間の角は 45° だから、対角線をかいて頂点を見つけた。(エ)

C9 正六角形、正八角形の頂点と中心を結んでできる形は、すべて二等辺三角形。

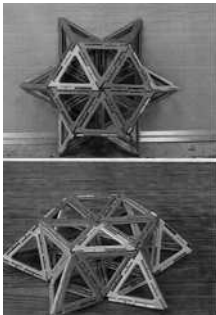
C1 他の正多角形も同じような性質があれば、同じ方法でかけそうだ。他の正多角形の性質も調べてかいてみよう。

(2) じっくりコース

目標

正六角形の性質を調べ、それをもとに正六角形の作図の方法を理解することができる。

学習展開

学習活動(教師の支援(・) 発問())	児童の反応
<p>1 学習課題を確認する。</p> <p>もっと簡単で正確にかける方法を考えてほしいという意欲を高めるために、事前に正六角形の定義をもとに作図する経験をさせておくようにした。</p> <p>学習課題</p> <p>正六角形の性質を調べて、正六角形をかき方法を考えよう。</p>	<p>C1 正六角形は、辺の長さがすべて等しく角の大きさもすべて等しい六角形だったよ。</p> <p>C2 辺の長さ、角の大きさを測ってかいているとだんだんずれてきて、うまくかけなかった。</p>
<p>2 正六角形の性質を調べる。</p> <p>性質を調べる手がかりとなるように、いろいろな大きさの正六角形を用意し、共通点を見つけられるようにした。</p> <p>ポリドロンで作った作品を提示し、正六角形の対角線や中心などに気付けるようにする。</p>	 <p>かめさん 足跡 しほ こうら 顔があるから</p> <p>タンバリン たたく部分があるから すずの部分があるから</p> <p>【ポリドロンの作品から】</p>



【いろいろな大きさの六角形】

3 正多角形の性質について話し合う。

(1) ペアで交流する。

自分が作った正六角形を見せながら、ペアの人に分かりやすく説明するように助言した。

(2) 全体で交流する。

(正三角形の検証方法の確認)

正三角形かどうかを確かめるために、どんな方法で調べた？

【正六角形の性質は... (板書)】

- ・ 対角線が3本 長さは同じ
- ・ 正三角形が6つ
- ・ いろいろな形が組み合わさっている
- ・ 中心から頂点までの長さが等しい

3 正六角形の性質をもとに、正六角形の作図の方法を話し合う。

正六角形のどの性質を使ったらかけそう？

まず、円をかいて対角線を1本かこう。次にどうしたらいいかな？

(対角線の間角が60°になることの検証)

どうして60°測ったらできるの？

正三角形が6つという性質とつないで、中心角を6等分するから対角線の間角が60°になることを確認した。

1. 性質
 ・ 対角線の長さすべて、等しい
 ・ 全部の対角線でおると正三角形ができる
 ・ 正三角形が6つできる

【児童のノートより】

正六角形の性質

- C1 対角線が3本ある。
- C2 対角線の長さは、全部同じ。
- C3 同じ形の三角形が6つある。
- C4 正三角形が6つある。
- C5 ものさしで長さを測った。
- C6 コンパスで同じ長さかどうか調べた。
- C7 対角線で2つに分けると、同じ形の台形が2つできる。
- C8 平行四辺形が3つできる。
- C9 ひし形が3つできる。
- C10 対角線が中心から頂点にのびている。中心から頂点までの長さが同じ。

作図の方法

- C1 中心から頂点までの長さが同じだったら、コンパスを使ってかけそう。(コンパスでかく円は中心から同じ長さの点の集まりだから)
- C2 円と正六角形の頂点は、ぴったり重なる。
- C3 正三角形が6つという性質を使って、半径と同じ辺の長さの正三角形をかいていったらいい。
- C4 中心からかいた1本の対角線から60°測って2本めの対角線をかいたらいい。
- C5 正三角形はすべての角が60°だから。

どの方法も、はじめに円をかいたらかきやすいね。

4 話し合った作図法をもとに、正六角形を作図する。

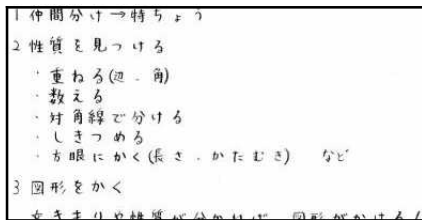
5 本時を振り返り、次時の課題をもつ。
・正六角形から見いだした性質が他の正多角形にもあてはまる性質ならば、本時考えた作図法が活用できることを確認し、次時の学習の見通しをもたせる。

C1 正六角形の性質を使ったら、正六角形を簡単に正しくかくことができたよ。

6 成果と課題 (: 成果、 : 課題)

(1) 根拠を明らかにして筋道立てて考えることについて

単元の導入時に今までの図形の学習を振り返ることで、本単元での学習内容や学習活動に見通しをもたせることができ、新たな課題についても既習事項をもとに考えようとする態度が見られるようになった。



【図形学習の振り返り】



【既習事項の振り返り】

正六角形や正八角形の定義や性質を使って作図の方法を考える活動を通して、既習内容やそれまでの自分の考えを新たな課題に適応させて問題解決していこうとする意欲が高まった。

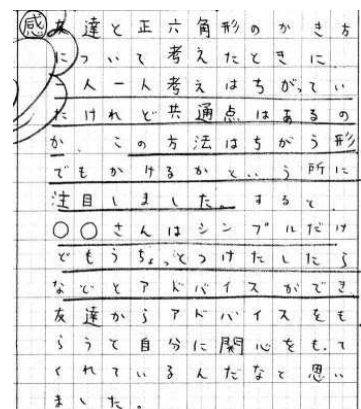
正多角形の定義や性質をもとに作図の方法を考える学習を設定したが、性質と作図の関連をより明確に意識できるような課題、例えば「正多角形の特徴(性質)を使って、正多角形をかいてみよう」という方が適切であったと思う。

(2) 複数の考えをつないで正多角形についての理解を深めることについて

どんどんコースでは、正六角形と正八角形のどちらかを選択し、自分で見つけた特徴をもとに作図の方法を考えて作図した後、2つの図形の作図の方法について交流する場をもった。そして、作図の方法の共通点や相違点に着目させることにより、他の正多角形の性質や作図の方法についての一般化を意識させることができた。

じっくりコースでは、いろいろな大きさの正六角形を比較して共通点を見つけたり、ポリドロンの写真など具体物を観察したりすることで、いろいろな観点から正六角形の性質を見いだしていくことができた。また、それらを具体物や図を使って説明し合うことで正多角形の性質について理解を深めることができ、次時の作図の方法について話し合う時にも、性質を使って作図しようとする意識が高まっていった。

じっくりコースでは、正六角形の性質を理解していても、作図の方法が分からない児童がいた。児童が説明をしながら実際に黒板に図形をかかせる場面があると、他の児童の理解を支援することができたと思う。



(3) 図形を多様にみることについて

どの正多角形も頂点と中心を結んでできる形はすべて二等辺三角形であり、正多角形は合同な二等辺三角形の集まりであることから作図の方法を考えていったので、右のような方法を考えた児童もいた。(他の児童からは、「角度を測る回数が少なく、簡単で正確にかける。」と好評だった。)

