

第5学年の実践例 I

単元 対角線の数はいくつ？

1. 主張点

『図や表にかき、数理的に考えようとする力を育成する』

この学習では、多角形の対角線の本数を考えることを通して、数理的に考える力の育成をねらう。「多角形の角」の学習の発展として取り扱う本時では、五角形や六角形などの多角形の対角線の本数を予想し、図にかきながら考える。ここでは、対角線を図にかいて本数を求めるだけでなく「もっとわかりやすく簡単に考える方法はないか？」という意欲をもたせ、表や式に表して考えようとする態度を育てたい。

2. そのための教材開発

まず、導入で対角線の定義を「隣り合わない頂点を結んだ直線」あるいは「頂点と頂点を結ぶ直線の中で辺ではない直線」と再定義する。教科書では「向かい合った頂点を結んだ直線」と定義されているため、五角形などの多角形の場合、一つの頂点から出る対角線は一本ととらえてしまったり、向かい合う頂点が見つけれなかったりする児童がいると思われるからである。

次に、「四角形では2本、五角形では5本、じゃあ六角形は？」と発問する。このとき、「対角線の数を予想する→実際に対角線を図形の中にかく→話し合う」という手順で、「もっと簡単にみつける方法はないのか？きまりはないのか？」という子どもの意識を引き出し数理的に考える場を設定したい。そして、児童の図をもとに話し合い、1つの頂点から出ている対角線の数が同じで、 n 角形の場合の対角線の本数が「 $n-3$ 」となっていること、そして各頂点から出ている対角線が二重になることなどに気付かせる。最後には「 $(n-3) \times n \div 2 = \text{対角線の数}$ 」と一般化できればと考える。また、三角形0本→四角形2本→五角形5本→六角形9本・・・と頂点の数と対角線の数を表にして増加数に着目しながら考えるアイデアも引き出したい。




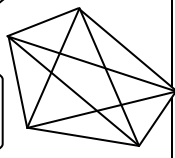

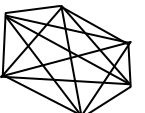






3. 教材開発の意図と留意点

ここで大切にしたいのは、児童自らが「対角線をかいて考えたいので用紙をください」や「表にかいていいですか」と主体的に考えようとする態度や意欲である。そのため、教師から「図形をかこう」「きまりをみつけよう」と指示することは避けたい。そのため、発問や教具の与え方を工夫する必要がある。また、児童の対角線の見方を一般的なものにするため、ワークシートで与える多角形は正多角形でなく一般的な多角形とする。実際に線を引いて考える場では、対角線が煩雑になり数えることの困難さを体感させたい。面倒さを体感させることによって、式や表など数理的に考えるよさがより実感できると思われる。

4. 展開

(1) 目標 四, 五, 六角形の対角線を図にかきながら, 多角形の性質と照らし合わせながら, 式や表を使って対角線の本数を求めるよさを理解することができる。

(2) 学習指導過程

学習活動と子どもの意識	留意点と手立て
<p>1 四角形をもとに対角線に着目する。</p> <p>四角形の対角線は2本だよ。じゃあ五角形や六角形ではどうなるのかな？</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 黒板に学習問題を「対角線の」とだけ記入し, この続きに何と書くか予想させてみる。
<p>2 五角形の対角線の数考えることを通して, 多角形の対角線の意味を確認する。</p> <p>五角形の対角線の本数は2本? いや3本かな。図にかいて考えてみよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 多角形の見方を一般化するため, 正多角形でない多角形を提示する。児童にはワークシートを用意しておく。
<p>多角形の対角線は「頂点と頂点を結ぶ直線の中で, 辺ではない直線」なんだな。</p>  	<ul style="list-style-type: none"> 図で調べる前に予想させる。そしてその根拠も考えさせる。
<p>3 六角形の対角線の数について予想し話し合う。</p> <p>四角形は2本, 五角形は5本, 六角形は8本かな? 図にかいて考えたいな。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 図で調べる前に予想させる。そしてその根拠も考えさせる。 交流の場では, 2本→3本→5本としている児童の順に取りあげ, 頂点に着目しながら対角線の定義を再構築する。
<p>六角形の対角線は9本になるね。もっと考えたいな。</p>  	<ul style="list-style-type: none"> 対角線をかきながら調べる場では児童の試行錯誤を大切に。つまずきの様子をみながら以下の助言をする。(必要時)
<p>4 八角形の対角線の数について考える。</p> <p>八角形の対角線は15本ぐらいかな? 図にかいて考えよう。</p>  	<ul style="list-style-type: none"> 「1つの頂点から対角線をひいてみよう。」 「色分けしてみよう。」
<p>八角形の対角線はたくさんあって図ではよくわからないな。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 早く答えが導き出せた児童には, もっと早くて簡単に求める方法はないか考えるよう促す。
<p>何かきまりがないかな? もう一度四, 五, 六角形の図を見てみよう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 考え方の見通しがもてない児童に対しては, 四, 五, 六角形の対角線図をならべて提示し, 1つの頂点を着目させる。(1つの頂点から何本出ているか)
<p>ぼくは表にしてみるよ。</p> <p>私は式に表すことができるか考えるよ。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 表や式の一般化を図るために三角形でもいえるかどうか確かめるよう助言する。 九, 十角形の対角線の本数を求め式や表のよさを理解する。
<p>三角形の対角線の本数を0本とすると, 頂点の数が1つ増えるごとに, 対角線の本数が+2, +3, +4...と増えているよ。だから...。七角形で14本, 14+6で20本だ。</p>	<p>1つの頂点からでている対角線の本数は(頂点の数-3)になってるよ。1つの頂点から5本出ているので5×8=40だけど, 全ての対角線が二重に重なってるから, 40÷2=20(本)だ。</p>

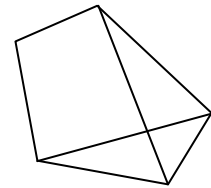
(3) 評価

B: 図をかいて六, 八角形の対角線の本数を求めることができている。【ワークシート】

A: 上記に加え, 表にしてきまりをみつけたり, 1つの頂点から出る対角線に着目し式にしたりすることができている。【ワークシート, 発表】

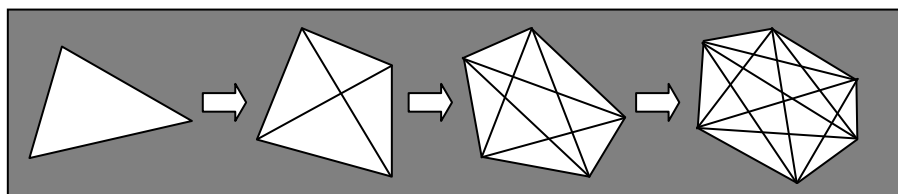
5. 考察

導入では「対角線」についての関心意欲を引き出すため、まず黒板に「対角線の」だけを記入し、この続きを児童に予想させた。すると「対角線の書き方?」「対角線の本数?」という反応が返ってきた。はじめから「今日は対角線の本数について考えるよ」と問いかけるよりも対角線への関心が高まると思われる。次に四角形（直角がない一般四角形）を提示し対角線の本数について問う。もちろん「2本」という答えが返ってきた。すかさず「対角線ってどんな線?」と問いかけると「向かい合った頂点を結ぶ直線」と返ってきた。そこで五角形の図を提示し、対角線を自由に引かせ、交流の後、対角線は「隣り合わない頂点を結んだ直線」あるいは「頂点と頂点を結ぶ直線の中で辺ではない直線」と再定義した。児童の反応は様々であったが、やはり、右の図のように向かい合う角がわからない児童や頂点から辺に対して垂直に線を引いている児童などが見られた。また「1つの頂点から1本しか対角線が引けない」や「対角線を二重に数える」という予想していなかった反応もあった。しかしこの2つの反応は後の学習に生きてくる。もしこの2つの反応が出なければ教師の方からゆさぶりをかけてもよいだろう。この場面ではできる限り児童の反応を1つずつ取り上げて「対角線とは」を話し合うことが、対角線の本数の不思議さを感じさせるためにも大変重要であると思う。



六角形の対角線の本数を考える場面では、予想以上に時間がかかった。大半の児童は、引き忘れや数えミスなどが目立っていた。そこで、「分かりやすく引く方法はないかな?」と問いかけると「色分けしていいですか?」という児童の声が出た。1つの頂点から引くことのできる対角線を色分けしている児童を取り上げるとよい。また、できれば「対角線を引かなくてもわかるよ」という声を引き出したい。

中心課題になる八角形の対角線の本数を考える場面では児童の「きまりがあるのでは?」という意識を想起させてから「もっとはやく簡単に正確に」というテーマで取り組ませたい。そのためには「四、五、六角形の対角線図」を黒板にならべて掲示することが有効である。本数を図の下に書いてやるとより関数的な見方ができると思う。このとき「三角形→0本」を書き加えておくと、より関数的に見る児童が多くなるように思う。



予想以上に難しかったのは、「1つの頂点から出ている対角線に着目する考え」で「 $(n-3) \times \bullet \div 2 = \text{対角線の数}$ ($\bullet = \text{多角形の角の数}$)」という式へと一般化する話し合いである。1つの頂点から出る対角線が重複することは図で理解できるが「なぜ $\div 2$ (半分)になるのか?」が理解できない児童が見られた。授業ではあまり時間をかけて話し合いができずに教師の方で補足を加えるだけであったが、ここでもう一度五角形に帰着し、5色の色マジックを用意して頂点ごと色分けして対角線を引いて確認する場が必要であったと思う。六角形でも確認できるとよい。理想を言えば、この操作を児童が黒板上で、できるように図とペンを用意しておいた方がよい。また、児童からのアイデアが出ないことを想定して、パソコン（パワーポイント）を活用して、1つの対角線から1本ずつ対角線が結ばれていく様子を動画で作成し、提示するのもよいと思う。 頂点からの方がいいのでは・・・

6. 評価カード

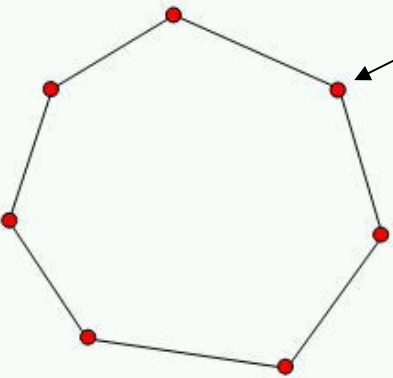
チェック問題

5年 名前 () No. ()

対角線の数は何本?

● 7角形の対角線の本数を求めよう。

どのように考えたのかを図にかきこみながら
文や式で説明しよう。



頂点が明確になるように●印を入れておく。

考え方を文章や式で書けるようにスペースをあけておく。児童が自由に表現できるように(式)や(説明)などの記号は入れない。

評価基準

B : 図に対角線を書き込みながら七角形の対角線の本数を求めることができている。

A : 上記に加え、表にしてきまりをみつけたり、1つの頂点から出る対角線に着目し式にしたりすることができている。

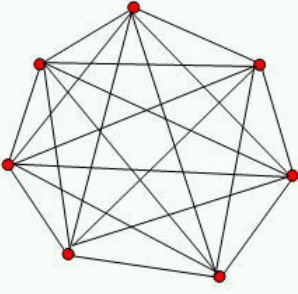
<B例> チェック問題

5年 名前 () No. ()

対角線の数は何本?

● 7角形の対角線の本数を求めよう。

どのように考えたのかを図にかきこみながら
文や式で説明しよう。



(考え方)
対角線を引くと図のよう引くことができる。

14本

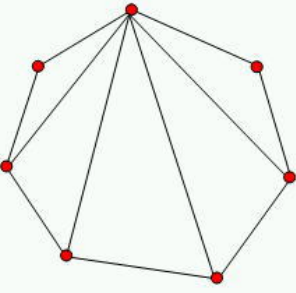
<A例> チェック問題

5年 名前 () No. ()

対角線の数は何本?

● 7角形の対角線の本数を求めよう。

どのように考えたのかを図にかきこみながら
文や式で説明しよう。



(考え方)
まず、1つの頂点からは、図のように4本(7-3)の対角線が引ける。
次に、きまりを使って対角線の本数を求める式に表すと…

(式) $4 \times 7 \div 2 = 14$

14本

表にかき関数的に考えてもA