

# 子どもと算数を創る

- 『数学的な考え方』を育成する評価と指導 -

## 目指す子ども像

### 算数を創っていく子ども

算数的活動を通して見出した互いのアイデアを、妥当性・関連性・有効性の視点で練り上げていく中で、数学的な考え方と豊かな感覚を活かして、数理を導き出したりつないだりするおもしろさを味わいつつ、算数のよさや生活との結び付きを実感していく子ども

「わかる・できる」楽しさを味わいながら、基礎・基本的な内容を習得するとともに、それらを基にしてより便利（簡潔，明瞭，的確）な数理の獲得を目指していく子ども

「自ら学び自ら考える力の育成」，「生きて働く学力の形成」を目指す中で，「基礎・基本の確実な定着」，「確かな学力の保障」を図っていくことが，学校教育に求められている。

「生きる力」「自ら学び自ら考える力」の育成を前提に算数科学習を考えると，基礎・基本は，決して数量や図形についての知識や技能だけではなく数学的な態度や考え方でもあり，学びの主体はあくまでも子ども自身である。

新学習指導要領の完全実施に伴って算数科学習の内容も時間も減少し，全国的に「確実さ」，「確かさ」が重視される中であっても，私たちは，算数の学びに主体的・創造的に取り組み，学ぶことの楽しさや成就感を味わう中で，「確かな学力」「生きて働く学力」を育成することを大切にしていきたい。

また，算数科において，子どもたちに身に付けさせたい内容は，これまでに先人が築き上げた文化遺産の一面である。その獲得を目指す子どもには，先人の歩んだ過程の追体験，すなわち自らの力による創造の過程を歩ませたい。ただ，子どもたちだけでは，その創造の過程は試行錯誤の連続に終わるかもしれない。その学びを有効な意味深いものに方向付ける教師の役割が重要となる。

## 本日の提案 『数学的な考え方』を育成する教材開発

### (1) 「数学的な考え方」とは

これまで，私たちは，片桐重男氏の考え方を基に数学的な考え方を，おおまかに以下の3つに分類してきた。

A：各単元，各授業場面で扱う学習内容にかかわる「数学的な考え方」

B：問題解決の過程にかかわる「数学的な考え方」

C：実生活での合理的な営みを支える「数学的な考え方」

同氏の新書「数学的な考え方の具体化と指導（明治図書）」には，数学的な考え方として，次の3つのカテゴリーを挙げている。

数学的な態度

数学の方法に関係した数学的な考え方

数学の内容に関係した数学的な考え方

私たちの研究における「何を」「どうする」の「何を」に当たるこの数学的な考え方については，同氏の考えを参考に取り入れられるところは取り入れ，再考したい。

## 教材研究

何を、どこまで  
教えるのか

児童の実態

既習内容は、習得度は  
個々の既有経験は

期待する子ども

何が、どの程度  
できるようにするのか

### 「教材」とは

教材は、授業前に教師が準備可能なもので、その刺激によって、児童は数学的な考え方に対する意欲をもち、個の思考を表出させていく。言いかえれば、教材とは「児童が経験に基づいて思考ができるもの」であること、「授業で培いたい数学的な考え方を含む反応の表出が予想できるもの」とであると捉えている。

### 【啓林館 3年 下 『何倍になるのかな』】

この単元で育成したい数学的な考え方とは、『B：問題解決の過程に関わる数学的な考え方』に属する、変量に着目し何倍になるのかなと考えることである。具体的には、

大、中、小の3しゅるいのはこがあります。  
小のはこにはケーキが2こ入ります。  
中のはこには小の3倍、大には中の2倍はいります。  
大のはこにはケーキは何こはいりますか。

という、乗法の順思考を組み合わせた3要素2段階の問題を、a倍のb倍が $a \times b$ 倍になることに着目し考えるのである。

ここでは、具体的な大きさを表す数値よりも抽象化が進んだ概念を児童にもたせるために、絵や関係図を用いて慣れさせていき、変量に着目した解決ができるようにしていくのである。しかし、問題場面を『小箱に2こ入れて』『その小箱を、中箱に3こ入れて』『中箱を、大箱に2こ入れて』と画いていくと、これまで2要素1段階の順思考で解決する経験をしてきているため、その過程で既に『 $2 \times 3 = 6$ 』『 $6 \times 2 = 12$ 』と計算していく児童も少なくない。また、その後の関係図においても、順に図をかきながら頭の中で順思考で計算していく児童がいとえられる。つまり、我々が願っている変量に着目した解決の考え方には気付きにくいことが予想される。

また、変量に着目して解決し始めても、 $a \times b$ ではなく、 $a + b = 5$ 倍と考えて計算を進めていく児童もいるだろう。

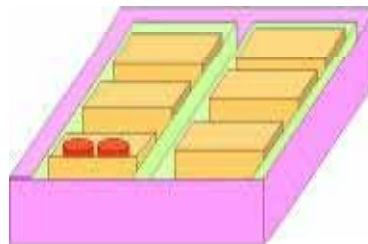
さらに、3学年の児童の実態として、『 $\text{倍} \times$ 』と思考することに抵抗を感じることも考えられる。実際に『長い長さ』の学習で、 $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ の関係を知り、それについて話し合う場面でも、 $1 \text{ km}$ は $1 \text{ m}$ の1000こぶんであるという考えはもてたものの、それが1000倍である( $\times 1000$ になる)という考えを持たた児童はほとんどいなかった。

そこで本単元では、児童が自ら変量に着目した考え方を見つけ出し、それを用いて解決していかうとすることをねらって、

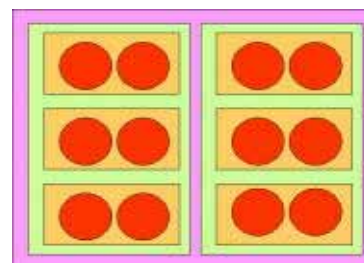
中身の見えない箱を半具体物の教材として使用すること、  
コンピュータを用いて提示する順番とスピードを変化させていくこと

2要素1段階の問題場面から導入をすることを提案する。

中身の見えない『小』の箱を半具体物の教材とする  
数図ブロックをふたのない(中身の見える)『小』の箱に入れて、それを『中』『大』と同じ作りの箱に入れたとすると、「何倍になるか」ではなく、「何個ずつ入っているんだろう」という思考が導き出されると考える。しかし、その『小』の箱の中身が見えなければどうであろう。『大』の箱の中に『中』が2こあり、その中の中に『小』が3こある箱を見たとき、「『大』は『小』の何倍になるのだろうか」という思考が児童より導き出される。その後、中身の見えなかった『小』の箱のふたを一つ開け、2こ入っていることを確認することで、全体の数は2この『 $3 \times 2$ 倍』と、変量に注目した計算を進めていくのである。

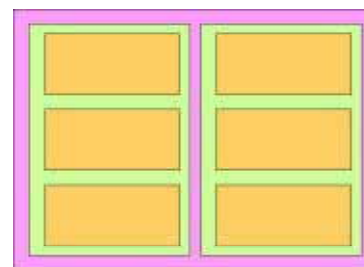


コンピュータを用いて、提示する順番とスピード、ケーキの個数を変化させていく  
変量に注目しはじめた児童に対して、半具体物をさらに抽象化して提示する際に、コンピュータを用いる。最初は、「『小』の中には が二つ」「『中』の中には『二つ入った小』が三つ」「『大』の中には『中』が三つ」と提示する。



次に、「『小』の中には が三つ」の場合を提示し、その三つが見えなくなった後、「『中』の中には『小』が三つ」「『大』の中には『中』が二つ」と提示する。

さらに「『小』の中には が四つ」の場合も同様に、しかし、時間を早くして提示していくのである。



そうすることで、変量に着目すればはやく、かんたん、せいかく、に解決していくことができるよさを感じることができる。さらに、「『大』の中に『小』が三つ入った『中』が二つ」という図が示されることで、「『大』は『小』の $3 \times 2$ 倍」という関係が強く確認される。

また、半具体物からさらに抽象化されたコンピュータ場面での提示を行うことで、「変量」という抽象的な思考が必要とされる場面において、児童の思考が具体から抽象に向かう支援とすることができる。

2要素1段階の問題場面から導入をする  
導入部分では、具体物を用いてケーキ屋の場面を確認させる。

大、小の2しゅるいのふくろがあります。  
小のふくろにはクッキーが4こ入ります。  
大のふくろには小のふくろがいくつ入っています。  
大のふくろにはクッキーが何こは入っていますか。  
  
(大のふくろには小が5ふくろは入っています。) 後で提示

これにより、児童は「今日はかけ算を使って解決する場面だな。」「解決するためには、大には小の何ふくろぶん入るかわかればいいんだな。」と思考する。そこで「ふくろ入る  $\times$  倍」であることを児童とともに確認し、上述のへとつなげていくのである。



## (1) 提案の概要

この単元で育成したい「数学的な考え方」とは

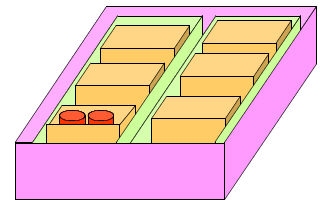
『B：問題解決の過程に関わる数学的な考え方』に属する，変量に着目し何倍になるのかなど考えることである。

ここでは，具体的な大きさを表す数値よりも抽象化が進んだ概念を児童にもたせるために，絵や関係図を用いて慣れさせていき，変量に着目した解決ができるようにしていくのである。しかし，問題場面を『小箱に2こ入れて』『その小箱を，中箱に3こ入れて』『中箱を，大箱に2こ入れて』と提示していくと，これまで2要素1段階の順思考で解決する経験をしてきているため，その過程で既に『 $2 \times 3 = 6$ 』『 $6 \times 2 = 12$ 』と計算していく児童も少なくない。また，その後の関係図においても，順に図をかきながら頭の中で順思考で計算していく児童がいると考えられる。

そこで本単元では，児童が自ら変量に着目した考え方を見つけ出し，それを用いて解決していこうとすることをねらって，以下2点について提案する。

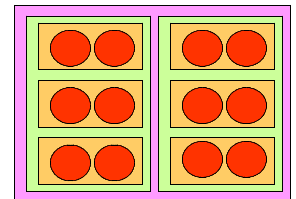
中身の見えない『小』の箱を半具体物の教材とする

数図ブロックをふたのない(中身の見える)『小』の箱に入れて，それを『中』『大』と同じ作りの箱に入れたとすると，「何倍になるか」ではなく，「何個ずつ入っているんだろう」という思考が導き出されると考える。しかし，その『小』の箱の中身が見えなければどうであろう。『大』の箱の中に『中』が2こあり，その中の中に『小』が3こある箱を見たとき，「『大』は『小』の何倍になるのだろうか」という思考が児童より導き出される。その後，中身の見えなかった『小』に2こ入っていることを確認することで，全体の数は2この『 $3 \times 2$ 倍』と，変量に着目した計算を進めていくのである。



コンピュータを用いて，提示する順番とスピード，ケーキの個数を変化させていく

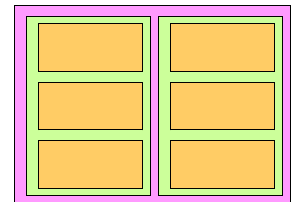
変量に着目しはじめた児童に対して，半具体物をさらに抽象化して提示する際に，コンピュータを用いる。最初は，「『小』の中には が二つ」「『中』の中には『二つ入った小』が3つ」「『大』の中には『中』が三つ」と提示する。



次に，「『小』の中には が三つ」の場合を提示し，その三つが見えなくなった後，「『中』の中には『小』が三つ」「『大』の中には『中』が二つ」と提示する。

さらに「『小』の中には が四つ」の場合も同様に，しかし，時間を早くして提示していくのである。

そうすることで，変量に着目すればはやい，かんたん，せいかく，に解決していくことができるよさを感じることができる。さらに，『大』の中に『小』が三つ入った『中』が二つという図が示されることで，『大』は『小』の $3 \times 2$ 倍という関係が強く確認される。



## (2) 討議の概要

- ・ パソコンを用いた提示では，教材を作成する実質の時間を考えたい。香算研のホームページからダウンロードできる「こうぐ」などのソフトを使うと，教材作成の時間を減らす有効な手だてとなる。
- ・ 提示の仕方を「大きな箱」からとするのは，児童に逆思考を求める提示になっているのではないか？では順に考えられるような提示をしていく。時間的にも での提示を丁寧にすることで対応していく。
- ・ この単元では「関係図」を用いて解くことを指導することも重要ではないか？  
提案した場面後の授業では，児童の既習を生かしながら関係図を用いて問題を解決する学習を行う。
- ・ 「大きな箱」は「小」の6倍は見えるが，「中の箱」が意識から消えるのではないか？  
提示での色分けや，中の見えない「中の箱」の実物を提示していくことで対応していく。