

## 第6学年 単元名「体積」

### 1 本単元で育てたい数学的な考え方

これまでに長さ、かさ、重さ、面積の学習を通して、測定の意味や普遍単位の必要性をつかんできている。本単元では、それらの学習の上にたって、もののかさも面積などと同じように単位の大きさ（1辺1cmの立方体）を決めることと、そのいくつ分として数値化してとらえることができるなど、体積の意味、その単位や測定の意味を理解し、体積を求めることができるようにすることを主なねらいとする。

その際、大切になってくる数学的な考え方は、「類推の考え方」と「単位の考え方」である。面積の学習から類推して体積も同じように数値化できるのではないかというアイデアが生まれ、どのように単位の考えを使って数値化することができるかを考えていく。また、直方体の体積を求める時に、高さ1cmに切った立体の体積が、その高さの分だけ倍にするという考え方によって公式を導き出したことから類推して、角柱や円柱の体積を求める公式も作れるのではないかと考えることができる。角柱や円柱の体積は「底面積×高さ」で求められることに気付き、その考えの根拠を自分の言葉で表現できる力を育てたい。

体積は、三次元に広がりをもつ空間領域の大きさの程度を表す量である。体積には、保存性、加法性といった性質がある。これらの性質とつないで体積の概念を理解させることも重要である。

### 2 数学的な考え方を育てるために

#### (1) 児童の実態

#### (2) 単元の目標

- ・ 単位となる大きさのいくつ分としてももの大きさを数値化することのよさが分かり、進んでこれを活用しようとする。(関心・意欲・態度)
- ・ 直方体や立方体の体積公式を考え出したり、これを活用して簡単な複合図形の体積の求め方を工夫したりすることができる。(数学的な考え方)
- ・ 直方体や立方体の体積を求めたり、身の回りのものの概形をとらえて、その体積を概測したりすることができる。(技能)
- ・ 体積の意味が分かり、単位 $\text{cm}^3$ 、 $\text{m}^3$ を知るとともに、かさとの関係をとらえることができる。(知識・理解)

(3) 学習指導計画 (全 11 時間)

時	学習活動	評価規準	関	考	技	知
第1次	1 直方体の大きさ比べの方法を考える。	直方体の大きさ比べをする方法を意欲的に考える。 体積の概念が分かり、単位立方体のいくつかで考えることができる。	◎			○
	2 直方体の大きさを数値化するよさが分かり、体積の概念を理解して、単位 $\text{cm}^3$ を知る。	直方体の大きさ比べを通して、数値化する方法を意欲的に考える。 1 $\text{cm}^3$ の立方体の個数を使って体積を表すことができる。	○			◎
	3 直方体や立方体の体積を計算で求める方法を考え、直方体や立方体の体積を求める公式を理解して公式を用いて体積を求める。	直方体・立方体の求積公式が分かる。 公式を用いて、立方体や直方体の体積を求めることができる。			○	◎
	4 1000 $\text{cm}^3$ になる直方体の入れ物の形をいろいろと考え、実際に工作用紙で作り、その量感をとらえる。	1000 $\text{cm}^3$ になる直方体の形をいろいろと考えようとする。 体積が同じでも縦・横・高さは変えることができることに気づく。	○		○	
第2次	5 $\text{m}^3$ の単位を知り、立方体の1辺に着目し、 $\text{m}^3$ と $\text{cm}^3$ との関係を理解する。	体積の単位 $\text{m}^3$ が分かり、 $\text{m}^3$ と $\text{cm}^3$ の単位関係が分かる。				○
	6 体積の公式を使って、辺の長さが小数値の場合の直方体や立方体の体積を求める。	辺の長さが小数値になっている場合の体積を求めることができる。			○	
	7 公式を使って直方体・立方体の体積を求める練習をする。	公式を用いて、直方体、立方体の体積を求めることができる。			◎	○
第3次	8 L字型などの立体の体積を工夫して考え、求める。	複合図形の体積を、直方体や立方体に分けて考えることができる。	○	◎	○	
	ドリル 直方体や立方体の体積を「底面積×高さ」で求める。	1 $\text{cm}^3$ をもとにして求めた体積と底面積×高さで考えた体積を比べることから「底面積×高さ」とも考えられることに気づく。		◎	○	
	9 本時 三角柱の体積の求め方を考え、公式をまとめる。	三角柱の体積の求め方を考え、柱体の体積の求め方を「底面積×高さ」ととらえ直すことができる。	○	◎		○
10	多角柱や円柱の体積の求め方を考え、どんな柱体でも同じ公式で求められることを理解する。	多角柱や円柱も「底面積×高さ」で求められることを理解する。		○	○	◎
11	柱体の公式を利用して、いろいろな柱体の体積を求める	公式を使って、体積を求めることができる。			○	○

### 3 本時の主張点

#### (1) 意欲を高めるために

##### ① 既習学習から体積を求める方法を考える

三角柱の求積方法を考える際に、一人に一つずつ三角柱を渡した。隣の児童のものとは二つ合わせると直方体になることや、実際の高さの半分で切り合わせると直方体になることなどから、これまでの直方体・立方体の体積の学習を基にして、三角柱の体積の求め方を考えさせた。また、5年生の時に学習した三角形の面積を求める時に考えた長方形に変形させたことも掲示に残しておき、既習事項を使えば考えられそうだという意欲を大切にしたい。

##### ② 「底面積×高さ」のイメージをもたせる

底面積を基にして、そのいくつ分（高さ）になっているかで体積が求められることが目で見て分かるように、前時に直方体や立方体、本時に2種類の三角柱が下からせり上がってくる教具（箱に隠れている立体を下から押し上げると底面が持ち上がり、高さができてくる）をいつも見せるようにする。そして、高さが0cmのときは体積はないが、少しでも高さがあれば1cmにみえないものでも体積はあるという意識を子どもにもたせる。そのように連続的に動くものを見せることで、『やっぱりそれらの体積は「底面積×高さ」で求められるんだ』という子どもの意識を大事にできると考えた。

#### (2) 理由づけて考え方を説明する力をつけるために

##### ① 全体の話し合いで、他者の三角柱を求める方法を考える

三角柱の体積を求めた後、式だけを提示した。そして、その式を書いた本人ではなく友だちがどのように考えたのか他者に説明させるようにした。その際、動かすことのできる立体を用いて説明させ考え方の根拠が分かるように意識させる。子どもたちが考えた求め方に子どもたちの言葉で名前をつけさせ、考え方が端的に表せるように工夫した。

##### ② 立体の仲間分けの活動をする

三角柱の体積は「底面積×高さ」で求められそうだと考えた子どもたちに三角柱以外で「底面積×高さ」で体積が求められるものはないかと投げかけた。そして、いろいろな立体を見せ、「底面積×高さ」で求められる（求められない）わけを説明させる。そうすることで、「柱体の体積＝底面積×高さ」の理解を深め次時につなげていけると考えた。

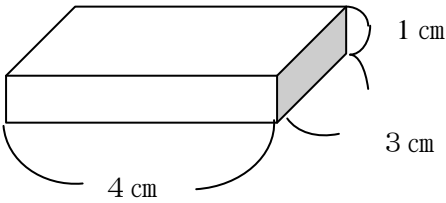
### 4 展開

#### ① 前時の学習指導

##### (1) 前時(ドリルの時間 20分)の目標

直方体や立方体の体積（縦×横×高さ）を底面積×高さにとらえ直すことができる。

##### (2) 学習指導過程

学習活動と児童の意識の流れ	留意点と手立て
<p>1 直方体と立方体の体積の求め方の復習</p>  <p>2 課題をつかむ。 「公式を別の言葉で言い換えられないかな。」</p> <ul style="list-style-type: none"><li>・ わからないなあ。</li><li>・ 別の言葉って何があるんだろう。</li></ul> <div data-bbox="502 1960 1018 2033" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">公式を別の言葉の式で表そう。</div>	<ul style="list-style-type: none"><li>・ 直方体や立方体の体積の公式は教室内に掲示しておく。</li><li>・ 高さが1cmの立体について考えさせることで、<math>1\text{cm}^3</math>の数で表した体積と底面積×高さで表した体積を比べやすくする。</li><li>・ 公式を言わせ、この式を別の言葉の式に言い換えられないか投げかける。</li><li>・ 公式の数値が立体の中で何にあたるのか確認する。</li></ul>

- 3 教具を見て考える。  
(平面にして)  
「これは何かな。」
- ・ 長方形です。
  - ・ 直方体の底面だ。  
(少しだけ持ち上げて)  
「今さっきは平面やったな。これは？」
  - ・ ちょっとやけど、高さがある。
  - ・ 長方形ではない。
  - ・ 直方体だ。  
(1 cm持ち上げて)  
「これが求めたい立体やな。別の言葉で表せられるかな。」  
(何回か持ち上げるところを見せる。)
  - ・ 分かった！
  - ・ 底面積が高さ分上がっている。それで、言葉の式に表せるよ。
- 4 別の言葉の式を考える。
- ・ 長方形の面積×高さ
  - ・ 底面×高さ
- 5 他の直方体や立方体でもできるか考える。
- ・ 底面の1 cm<sup>2</sup>の数を求めるのと底面の面積を求める式が同じだから、体積は同じだ。
  - ・ 直方体も立方体も底面積がずーっと上がっているから底面積×高さで求められるよ。

直方体の体積は底面積×高さで求められたから、きっと立方体も… 類推的な考え方

- ・ 直方体が下からせり上がってくる教具（箱に隠れている立体を下から押し上げると底面が持ち上がり、高さができてくる）を使って底面積×高さをイメージしやすくする。

底面がそのままずーっと上がってきているよ。



- ・ 1 cm<sup>2</sup>の数で求めた直方体の体積と底面積×高さで求めた直方体の体積と比べて同じであることを確認する。

- ・ 立方体が下からせり上がってくる教具（箱に隠れている立体を下から押し上げると底面が持ち上がり、高さができてくる）を使って底面積×高さのイメージを確認する。



## ② 本時の学習指導（9 / 11 時間）

### (1) 本時の目標

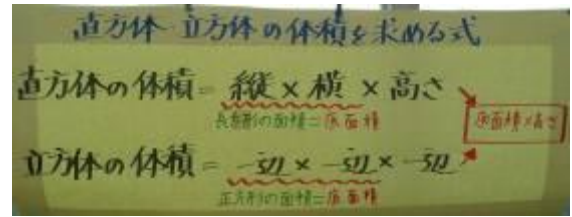
三角柱の体積の求め方を直方体の体積の求め方を基にして考え、求積方法について話し合う活動を通して、三角柱の体積の求め方を「底面積×高さ」で求められることが分かる。

### (2) 学習指導過程

学習活動と児童の意識の流れ	留意点と手立て
<p>1 前時の復習をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 公式を別の言葉の式に変えてやりました。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 前時に学習したことを、掲示に残しておき、思い出す手がかりとさせる。</li> </ul>

- ・ 今まで習っていた直方体の縦×横×高さを別の式にしました。
- ・ 縦×横＝底面の面積を求めていたので、底面積×高さが体積になりました。
- ・ 底面の面積は底面積と言います。
- ・ 直方体だけでなく立方体も同じように底面積×高さと言ひ換えられました。

- ・ 直方体も立方体も「底面積×高さ」でまとめられたことを確認しておく。



2 本時の学習課題をつかむ。

三角柱の体積をいろいろな方法で考えよう。

3 三角柱の体積を求める方法を考え話し合う。  
「みなさんが知っている立体にしたら、体積を求められるのですね。みなさんが知っている立体は何？」

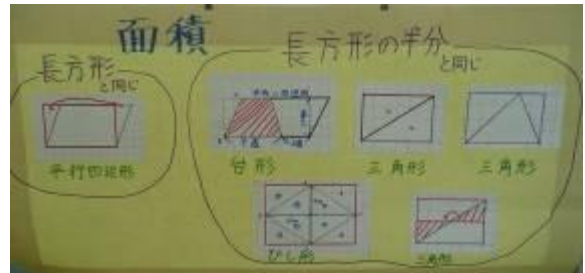
- ・ 直方体
- ・ 立方体

自分が知っている立体にしたら、体積が求められそうだよ。  
類推的な考え方

- ・ 一人一人に底面が直角三角形（一辺 6 cm）高さが 10 cm の三角柱を渡して考えさせる。
- ・ 既習事項を使って考えれば求められそうだという見通しをもたせる。

「5年生の時に学習した三角形の面積を求める時の考えも使えるといいね。」

- ・ 三角形の面積を求める時も、変形させて長方形を作ったなあ。
- ・ 体積を求めるのにも使えないかなあ。

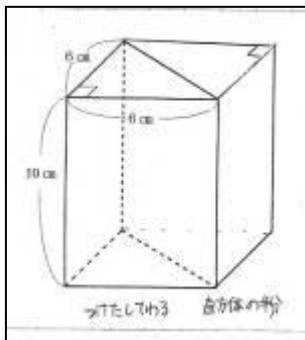


面積の考え方が体積を求める時にも使えそうだ。  
類推的な考え方

直方体の体積を求めるのに「底面積×高さ」を使ったな。三角柱も使えそうだな。類推的な考え方

- ・ 5年生の三角形の面積を求めた変形の仕方を掲示に残しておき、立体の変形を考える手がかりになるようにする。

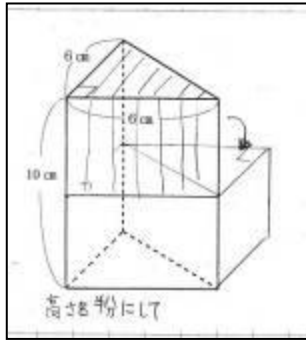
ア 直方体の半分と考えて



「つけたしてわる」

$$(6 \times 6 \times 10) \div 2 = 180 \quad \underline{180\text{cm}^3}$$

イ 高さを半分にして直方体にする

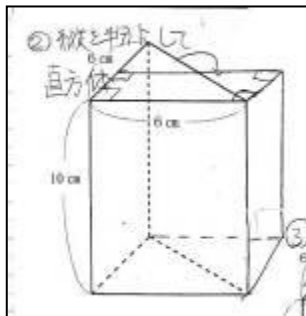


「高さを半分にして」

$$6 \times 6 \times (10 \div 2) = 180$$

$$\underline{180\text{cm}^3}$$

ウ 縦を半分にして直方体にする

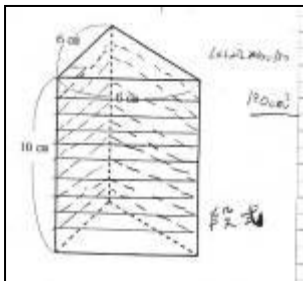


「縦を半分にして」

$$(6 \div 2) \times 6 \times 10 = 180$$

$$\underline{180\text{cm}^3}$$

エ 1段目の体積が10段と考えて



「段式」

$$(6 \times 6 \div 2) \times 10 = 180$$

$$\underline{180\text{cm}^3}$$

「たくさん考えられましたね。友達がどんな考えをしたか分かりますか。」

ア  $6 \times 6 \times 10$  は三角柱を2つ合わせて直方体になりますね。これを計算して求めるのは半分なので、 $\div 2$  をして  $180\text{cm}^3$  になったのだと思います。

「この考えは何という考え方？」

ア つけたしてわる 直方体の半分

イ 式の  $(10 \div 2)$  はここ（高さ）を半分に分けて移動させると高さが  $5\text{cm}$  で底面が  $6\text{cm}$  と  $6\text{cm}$  の直方体になります。

イ 高さを半分にして直方体

ウ  $6 \div 2$  は三角形の縦を半分にしてこうやって移動させると、 $6 \div 2 \times 6$  で高さが  $10\text{cm}$  の直方体になります。

ウ 縦を半分にして直方体

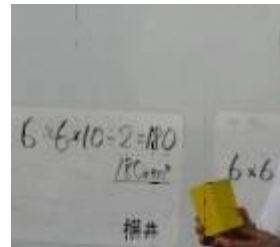
エ まず、前にした段式ので考えて、下の高さ  $1\text{cm}$  の1段目の体積を求めて、高さが何個あるか考えたのだと思います。

- 三角柱の体積を辺の長さに目を向けて考えられない子どもには、三角柱の立体を方眼で作ったものを与え、マス目を見て考えられるようにした。

方眼が見えるように作った三角柱で考えている。

- 自分の考えができた子どもから、友だちと交流するようにした。

- 式だけ提示して、友だちの考えを立体を動かしながら説明させるようにした。

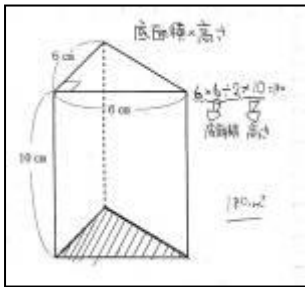


- 説明した後は、どんな考えかが分かるように子どもたちが考えた名前をつけるようにした。

エ 段式

「この考えを見てください。Aさんは昨日から考えていたんだけど…」

オ 底面積×高さと考えて



$$(6 \times 6 \div 2) \times 10 = 180$$

180cm<sup>3</sup>

オ 昨日の直方体や立方体でも底面積×高さだったので、三角柱でも使えると思ってこれを出しました。

「三角柱も底面積×高さで求められるのかな。」

- 直方体や立方体と同じように底面積がすーっと上がってきているよ。
- 式を見ても、底面積×高さと同じようになっているよ。
- 三角柱も底面積×高さで求められそうだ。
- 直方体の半分と考えたのと底面積×高さで求めたのと同じ体積になったよ。
- やっぱり底面積×高さで求められるんだ。

4 立体の仲間分けをする。

「他に底面積×高さで求められる立体はあるかな。」

- 四角柱，六角柱，円柱…
- 柱の立体

「円すいは？」

- できない。
- 先がとがっているから。
- 底面がすーっと上がっていないから。
- 上側にも底面ができた。でも、下の底面とは大きさが違うよ。
- 上と下の底面の大きさが同じでなければいけないんだ。
- 円柱でも底面が平行でなければ底面積×高さは使えないんだ。

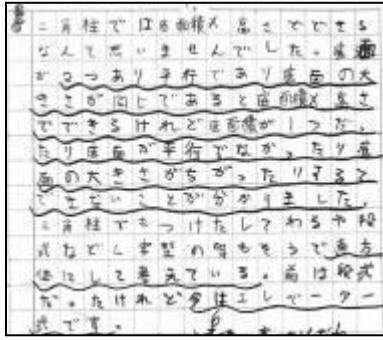
- 「底面積」×「高さ」の考えを出し、これでも求められるか投げかけた。

- 昨日の振り返りも兼ねて、直方体，立方体三角柱が下からせり上がる教具を使って，底面積×高さで求められるイメージをもたせるようにする。

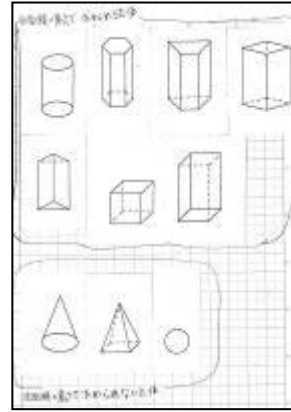
- 底面が普通の三角形の三角柱でも底面積×高さでできるか確かめさせる。



- 円すいや円柱の途中で切ったものを見せ、底面ができたこと，柱体であっても底面が平行でないことで子どもの思考に揺さぶりをかける。



四角柱，角柱，円柱は底面積×高さで求められるよ。 統合的な考え方



柱体の立体は、底面積×高さで求められるよ。すい体は、底面がそのまま上がってきていないから求められないよ。

### (3) 評価

- ①学習活動3で三角柱の体積を求められたのは下記のようになった。
  - いろいろな方法で三角柱の体積を求めることができた・・・20名
  - 1つの方法で体積を求めることができた・・・3名
- ②学習活動4では、全員が柱体（底面積×高さ）に着目して仲間分けをすることができた。

### (4) 本時の板書



## 5 考察

### (1) 成果

- 一人一人に三角柱をもたせたので、ほとんどの子どもが隣の友だちの三角柱と合わせて直方体をつくり、三角柱の体積は直方体の半分だと考えることができた。また、5年生の時の面積の復習を掲示してあったので、それとつないで考えることができた。
- 直方体，立方体，三角柱とせり上がる教具を用いることで，底面積×高さのイメージをもつことができた。
- いろいろな立体を底面積×高さで体積が求められるものとそうでないものに分ける活動では，底面からずっと同じ太さでできているものと，先に行くとき細くなるもので分けられることに気づき，わけを自分の言葉で説明しながら分類することができた。

### (2) 課題

- 見取り図の書き方が身につけていないために，考えはもっているのにうまく表現できないと言ったことがあった。基礎基本としてきちんとかけるようにしておかなければならない。
- 三角柱の体積が底面積×高さで求められそうだと話を話し合うときに，今まで出てきた式も底面積×高さの式に変形してしまった。それぞれの式には意味があるので，変形せずどの方法でも求められたから「底面積×高さ」ともとらえられるんだというまとめにするとよかった。

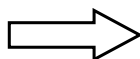


### (3) 課題を考えた取り組み

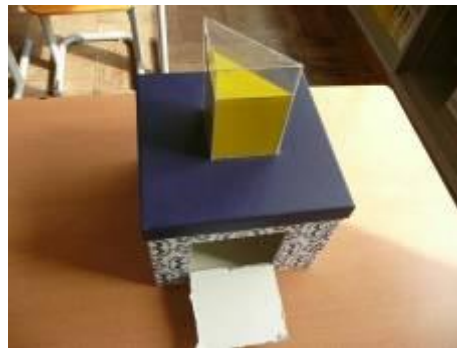
学習活動と児童の意識の流れ	留意点と手立て
<p>活動3 三角柱の体積を求める方法を考え話し合う場面で</p> <p>ア 直方体の半分と考えて「つけたしてわる」  <math>(6 \times 6 \times 10) \div 2 = 180</math> <u>180cm<sup>3</sup></u></p> <p>イ 高さを半分にして直方体にする「高さを半分にして」  <math>6 \times 6 \times (10 \div 2) = 180</math> <u>180cm<sup>3</sup></u></p> <p>ウ 縦を半分にして直方体にする「縦を半分にして」  <math>(6 \div 2) \times 6 \times 10 = 180</math> <u>180cm<sup>3</sup></u></p> <p>エ 1段目の体積が10段と考えて「段式」  <math>(6 \times 6 \div 2) \times 10 = 180</math> <u>180cm<sup>3</sup></u></p> <p>オ 底面積×高さと考えて  <math>(6 \times 6 \div 2) \times 10 = 180</math> <u>180cm<sup>3</sup></u>            :            :</p>	<p>ア、イ、ウ、エとオの考えを比べて、式の中に同じところがあることから変形したらオになる。</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p>教具を活用して底面が上がってくるイメージをもたせることと、どの考えでも体積が求められていることから、底面積×高さというとらえ方もできるというまとめにする。</p>

### (4) 教具の工夫

直方体、立方体、三角柱などの柱体の体積が底面積×高さの公式で求められるということをイメージしやすくさせるために、直方体や立方体、三角柱について、底面からせり上がってくる様子が分かる教具を作成した。



せり上がってくるイメージ



児童は1立方センチメートルをもとに「縦×横×高さ」で考えていた体積を「底面積×高さ」で体積を求められるととらえにくい。そこで、底面がせり上がっていく教具を使って、平面上にある時は面積で、そこから少しでも上にせり上がって高さができればそれは体積になるということを押さえられる。そして、この動きをイメージすることで側面が底面に垂直で同じ幅になっているという柱体の特徴も意識付けられる。

また、求めたい立体を透明な板で作っておくことで今何の立体の体積を求めているかということがはっきりし、せり上がるイメージがよりもちやすいと考えた。

その後の「底面積×高さ」で求められる立体の仲間分けの活動では、教具を用いることでイメージがもてたために、円錐や三角錐は「底面積×高さ」の公式では求められないと直感的にとらえることができた。