

第5学年 単元名「分数×整数、分数÷整数—分数のかけ算とわり算を考えよう—」

～ わけを説明することを通して、数学的な考え方を育成する ～

1 本単元で育てたい数学的な考え方

本単元は、新学習指導要領では、第6学年から第5学年に移行した内容で、「異分母分数のたし算・ひき算」の学習後に位置付けられる。第4学年までに、整数同士の乗除の計算を、第5学年では、小数×整数、小数÷整数、小数×小数、小数÷小数を学習してきた。

本単元で育てたい数学的な考え方は、既習の整数同士の乗法・除法、小数×整数、小数÷整数の考え方をもとにして、被乗数や被除数を分数に拡張して、計算の意味や仕方を考えられるようにすることである。乗法の意味は、被乗数の分数を「単位分数のいくつ分」として考え、それを整数倍していることと考える。除法の意味は、被除数の分数を「単位分数のいくつ分」として考え、その単位分数を整数で割るということ、つまり1を分母の値×整数の積だけ等分することと考える。

この意味の理解や計算の仕方を考える時には、面積図を使って説明する活動が大きな役割を果たす。面積図の視覚的なイメージと計算式を「単位分数のいくつ分」という視点とつなぐことで、根拠をもって計算方法を考え、その方法を一般化していくという考え方を育てたい。

2 数学的な考え方を育てるために

(1) 児童の実態

(2) 単元の目標

- ・ 分数に整数をかけたり整数でわったりする計算の仕方を、自分から進んで考えようとする。
(関心・意欲・態度)
- ・ 分数に整数をかけたり整数でわったりする計算の仕方を、筋道立てて考えることができる。
(数学的な考え方)
- ・ 分数に整数をかけたり整数でわったりする計算ができる。
(技能)
- ・ 分数に整数をかけたり整数でわったりする計算の意味を十分に理解している。
(知識・理解)

(3) 学習指導計画 (全3時間)

時	学習形態	学習活動	評価規準	関	考	技	知
1	一斉 (T・T)	看板の面積から分数のかけ算の意味をつかみ、分数×整数の立式の意味と、面積図を用いての計算方法を理解する。	分数に整数をかける意味をつかみ、分数×整数の計算方法を面積図を使って説明することができたか。	○	○		○
2 本時	習熟度別 少人数	〈どンドンコース〉 ピザ(正方形)の面積から、分数のわり算の場面をつかみ、分数÷整数の計算の意味と、面積図や計算のきまりを用いての計算仕方を理解する。	分数のわり算の場面をつかみ、分数÷整数の計算方法を理解し、自分が選択した方法で説明することができたか。	○	○		○
		〈じっくりコース〉 ピザ(正方形)の面積から、分数のわり算の場面をつかみ、分数÷整数の計算の意味と、面積図を用いての計算仕方を理解する。	分数のわり算の場面をつかみ、分数÷整数の計算方法を面積図を使って理解することができたか。		○		○

3	習熟度別 少人数	〈どんどんコース〉 分数のかけ算・わり算の計算の仕方 を使って、多くの問題を解く。	意欲的に計算の習熟を図り、 問題の意味をつかんで演算決定 をして立式し、計算できたか。	○		○	
		〈じっくりコース〉 分数のかけ算・わり算の計算の仕方 を使って、正しく計算する。	計算の仕方に気を付けて正し く計算することができたか。	○		○	

3 本時の主張点

(1) 問題把握をして、演算決定ができるために

児童の実態から、面積図を考える際のモデルとするために、教科書にある花だんの名札をつくる問題ではなく、ピザをわける問題を素材とする。その方が問題場面をイメージしやすく、正確にわけることの意義を実感できると考える。また導入の際には、簡単な整数の場合から言葉の式をつくるようにする。そこから、もとの分数を入れて立式できるようにすることで、演算決定の助けとする。面積図は、分数×整数の場合も、分数÷整数の場合も数の操作を視覚的に表すことができ、児童が計算の仕方を考える上で有効な手立てとなる。「単位分数のいくつ分になるのか」という視点をもたせて、面積図を操作させる。

(2) 自分の考えを根拠をもって説明できるように

〈どんどんコース〉

面積図では縦か横にわける考え方ができる。どちらも全体を15等分することから単位分数が $1/15$ になり、それが4つあるのだということをつかませる。そのほかに、「わられる数とわる数に同じ数をかけて計算しても商は同じ」という計算のきまりを使った方法も考えられる。

そこで、予め同じ方法で考える児童のグループをつくっておく。自力解決の後に話し合う時間を確保することで、自分の考えに自信をもたせる。更に全体での話し合いに広げ、それぞれの考え方の共通点に目を向けさせる学習を行う。最後には、計算のみで処理する簡単な方法にまとめ、一般化につなげる。

〈じっくりコース〉

分数のわり算の場面をつかみ、分数÷整数の計算の仕方を考える際に面積図を用いる。図を用いて分数÷整数の解を求める作業から、計算方法へ結びつける。班編成では各班に、計算が得意な児童、説明が得意な児童、算数に対して苦手意識が強い児童、計算が苦手な児童を置き、グループ活動の中で全体が理解できるようにする目標をもたせている。また自分が疑問に思っていること、分からないことはグループ内で伝え合うことをルール付けして分かり合うことで、苦手意識が強い児童でも自力解決を目指すよう育てたい。

4 展開 〈どんどんコース〉

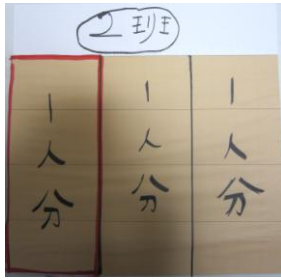
(1) 本時の目標

- ・面積図から分数÷整数の立式の意味をつかみ、面積図や計算のきまりから分数÷整数の計算の仕方を理解することができる。

(2) 学習指導過程 (本時 2/3 時間)

学習活動と児童の意識の流れ	留意点と手立て
<p>1 前時の学習を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・分数×整数の仕方について考えました。 ・分数に整数をかけるには、分母はそのまま、分子にその整数をかけることがわかりました。 <p>.....</p> <p>1 m²のピザを3人で等しく分けると、1人分は何m²になりますか。</p> <p>.....</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ピザ1 m²を3人でわけるので式は1 ÷ 3。答えは1/3 m²になります。 ・言葉の式に表すと (全体の面積) ÷ (人数) = (一人分の面積) になります。 <p>2 学習課題をつくる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・色をぬっている面積は4/5 m²です。 ・1 m²を5等分した4つ分なので4/5 m²になります。 ・もとになる分数は1/5 m²です。 <p>.....</p> <p>4/5 m²のピザを3人で等しく分けると、1人分は何m²になりますか。</p> <p>.....</p> <ul style="list-style-type: none"> ・言葉の式を使うと、式は4/5 ÷ 3になります。 	<p>留意点と手立て</p> <ul style="list-style-type: none"> ・既習事項が確認できるように、面積図など学習してきたことを学習コーナーに掲示しておく。 ・演算決定の助けとするために、整数の場合を扱い言葉の式を確認する。 ・問題場面を想起しやすいように、また縦割りをイメージしやすくするために「分数のたし算ひき算」で児童から出てきたピザ (正方形) 題材とする。 ・もとになる分数を意識させるために、分数の第一義 (1 ÷ a × b) を確認する。 ・事前に面積図 (縦、横)、計算のきまりという方法別のグループにわけておく。 <div style="text-align: right;"> <p>1 m²ピザ (正方形)</p>  <p>1 m²</p>  </div>
<p>㊦ 分数÷整数の計算の仕方を考えよう。</p>	
<p>3 解決方法の見通しを立てる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ピザを横にわけて考えます。 ・縦にわけて考えます。 ・計算だけで解けるか考えます。  <p>4 問題解決をする。</p> <p>(1) 自力解決をする。</p> <p>(2) グループで話し合う。</p> <p>横 I</p>  <p>実際に3等分したけれど、1人分の表し方がわからない。</p> <p>横 II</p>  <p>一部をわけて移動する。</p> <p>横 III</p>  <p>細かく分けると1人分の大きさがわかる。</p> <p>1を15等分した4つ分。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・見通しを持って活動に取り組めるように自力解決時の留意点を確認する。 ①線を引いてわける。②一人分を赤で囲む。③囲んだ部分の大きさを考える。 ・横①②で悩む児童のため、掲示物と長さの合う分数ものさしを用意し、実際に操作させる。 ・自分の考えに自信をもって全体交流に参加できるように、まず同じ方法で考えるグループで話し合わせる。

たてⅠ



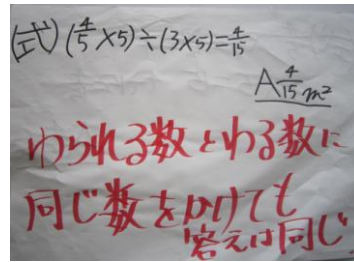
色の着いた部分だけをわけて $4/12$ と考える。

たてⅡ



1 m^2 をわけて、 $4/15 \text{ m}^2$ 。

計算



(3) 全体で交流する。

(先ず横とたてで比較)

- 分数ものさしを使うと一人分は $4/15 \text{ m}^2$ ということがわかりました。(横Ⅰ)
- $1/5$ ずつわけて、残った $1/5$ を 3 にわけます。(横Ⅱ)
- 1人分は $1/15$ が 4 つ分で $4/15 \text{ m}^2$ になります。(横Ⅲ)

• たて×横で $5 \times 3 = 15$ 、 15 にわけています。それが 4 つ分で $4/15$ になります。(たてⅡ)

• どちらの考えも 1 を 15 等分したものが 4 つ分になっています。

(次に計算)

- 「わられる数とわる数に同じ数をかけて計算しても答えは同じ」というきまりを使って計算しました。(計算)
- 分母の 15 というのは、 5 等分したものを、 3 等分しているので $5 \times 3 = 15$ のことだと思います。

5 まとめをする。

(1) まとめを考える。

㊟ 分数を整数でわるには、分子はそのまま、分母にその整数をかければよい。
 分数÷整数の計算は、 $\triangle/\square \div \bigcirc = \triangle/(\square \times \bigcirc)$ と表せる。

(2) 練習問題をやる。

- ① $1/3 \div 2$
- ② $5/7 \div 3$
- ③ $2/3 \div 4$

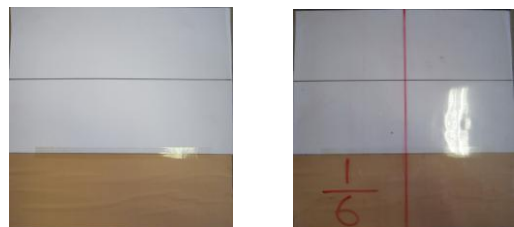
(3) 本時の振り返りを書く。

- $4/5$ の大きさしか 3 等分していませんでした。1 をわけることが大切だとわかりました。
- 面積図をかくと、もとなる分数がわかりやすいです。
- 分数を整数でわるには、分子はそのまま、分母にその整数をかければよいことがわかりました。
- 途中で約分すると計算がはやくできることがあります。

- たてⅠのように 1 m^2 をわけていない児童には、 $4/12$ が $1/3$ となることで矛盾を示す。また、 1 m^2 を等分していくことが分数の考え方だったことを確認し、上までわけて考えさせるようする。
- 計算で困っている児童には、整数÷整数なら分数で表すことができること、 $4/5$ を整数にする方法はないか既習事項を振り返らせる。

- 交流の際には先ず横、たての場合で考えさせることで共通点を見つけやすくする。
- それぞれの共通点を見付けて、式で表された数と図をつなげて説明させる。
- どの考え方も認めたいうえで、計算のみで処理する簡単な方法をまとめ、分数÷整数の式を一般化する。

- 単位分数 (a 等分の更に b 等分) を図とつなげて考えられるように、問題にあった面積図を用意する。



- 練習問題で間違いがあれば、どこでどのようにつまづいたかを一緒に考え練習のめあてにつなげる。

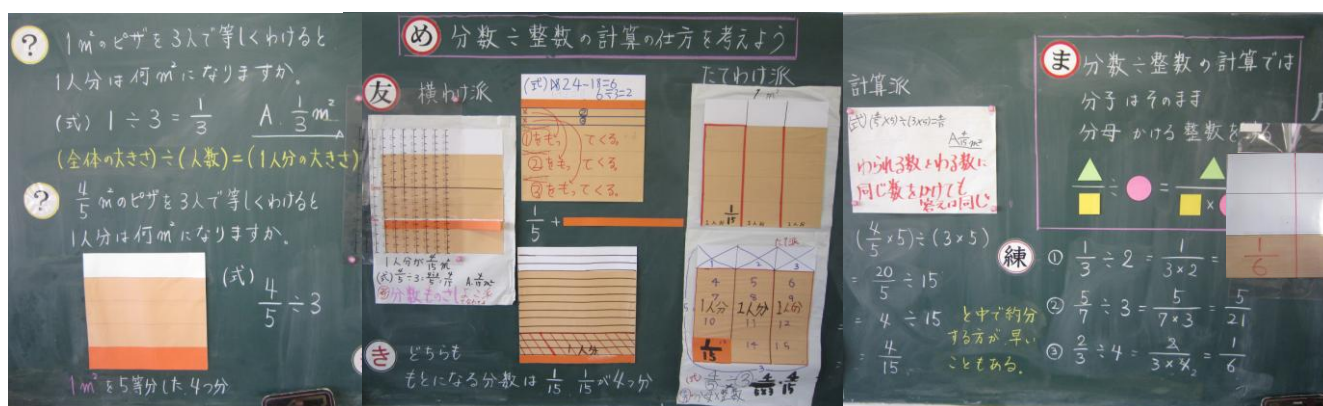
(3) 評価

学習活動5(2)では、③において、約分ができなかった児童が2名いたが、全員がまとめを使って計算することができた。

しかし、自分の考えにグループや全体での交流で得た友だちの考えを取り入れながら、計算の仕方についてまとめたワークシートから、まとめを使って計算はできても、筋道立てて考えることが十分にできていない児童がいることがわかった。

そこで次時では、前時のふり返りの場面として、グループで説明する活動に取り組んだ。どのグループも単位分数を図とつなげて説明することができた。説明の苦手な児童も、友だちの説明を聞いて単位分数の大きさを示すことができた。

(4) 本時の板書



5 考察

(1) 成果と課題

① 問題把握をして、演算決定ができるために

- 面積図を考える際のモデルとしてピザ(正方形)を素材とした。児童は分数の加法・減法の学習の際、線分図、液量図と共にピザ図を利用した。丸いピザでは不都合なときに、四角いピザで考えた経験があった。ピザ図を利用することで、わかるイメージがもちやすく、全ての児童が線を引き1人分の大きさを図で示すことができた。
- 前時の分数×整数では、導入の場面で整数×整数の場面から考えたことから、本時でも簡単な整数の場合から言葉の式をつくるようにした。そのことで分数が苦手な児童にとって演算決定や本時のめあてまでの意識が流れがスムーズにつながっていた。

- 学習の流れを考えると、異分母分数のたし算・ひき算後すぐに本単元に入る方法も考えられた。期間が空いたことで、分数は1を等分したいいくつ分で表されること(第一義)に対する認識が薄れていたと感じた。

② 自分の考えを根拠をもって説明できるように (とんどんコース)

ア グループわけについて

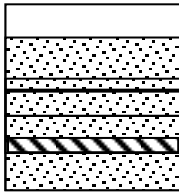
- 2等分は簡単に考えられても、3等分ができない児童が多いと考え、授業時間外に四角い食べ物のわけ方について考えさせた。このことが本時において、線を引くことを容易にしたと考える。

○ 同一思考グループの学習集団であったことから、互いの共通点を見つけ考えを深めたり、悩みを共有したりすることができた。本時多様な考え方が見られたのも、同一思考の仲間がいたことで自分たちの考え方で何としてでも解こうとする意欲が見られた。

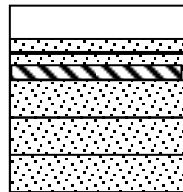
● 同一思考であったことから自分たちの考え方を追究する一方で、図から式、式から図に対する意識が低かった。特に計算のみで解こうとしたグループにも図とつなげて考えさせておけば、まとめにつながる考え方が想起しやすかったと思われる。

イ 教材・教具の工夫

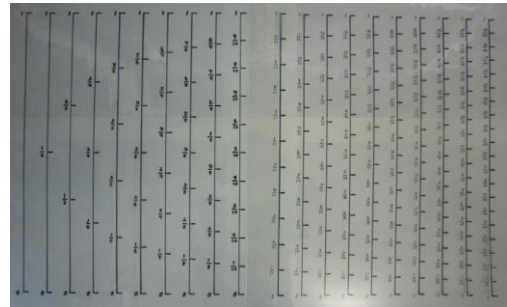
横 I




横 II



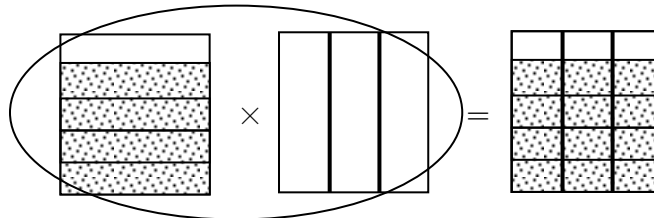
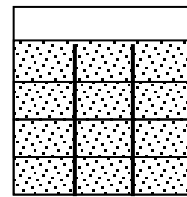
操作図と目盛りの合う「分数ものさし」

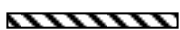


○ 横 I、横 II の考え方で  部分の大きさで悩む児童には、異分母分数のたし算でも利用した「分数ものさし」を与え、目盛りがぴったり合うことで 1 人分の大きさを求めることができた。

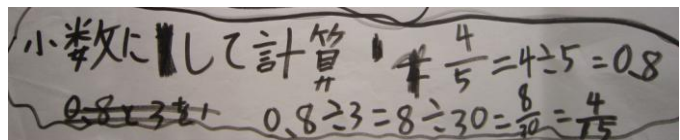
○ たて I のようにわけたことで単位分数を $1/12$ と考えていた児童が、 1 m^2 を等分したものを更に等分するイメージを捕らえやすくするために、操作図と大きさの合う透明で等分されたシートを重ねることで、本時では 5 等分の 3 等分が 15 にわかれていること、操作を式で表すと 5×3 であることをイメージさせることができた。

たて I



● 本時、横 I、II で考えた児童は 1 人分として囲んだ大きさを、分数ものさしを当てて $4/15 \text{ m}^2$ と考えたが、単位分数を意識させるのであれば、 部分の大きさを測らせ、 $1/5 + 1/15$ として既習事項を使って計算で求めさせることもできた。

● 計算で解くグループにおいて、「わられる数とわる数に同じ数をかけて計算しても答えは同じ」という考え方を自然に想起することは難しかった。

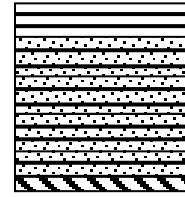


試行錯誤する中で、小数で表したものを分数に直すという考え方が見られたことから、整数 ÷ 整数の形に直す方法として「わられる数とわる数に同じ数をかける」ことを助言する必要があった。ヒントカードを用意し、整数 ÷ 整数、小数 ÷ 整数の場合からわられる数とわる数に同じ数をかけて計算したことを想起させておけば、児童の手で問題を解決することができたのではないかとと思われる。

ウ 反応の取り上げ方

- 先ず横Ⅰ・横Ⅱを取り上げた後、「分数ものさしがなくてもできないか」と横Ⅲを取り上げることで、1を等分することへの意識を築くことができる考えた。次にたてにわたる考え方と比較させることで、どちらの考えも1を15等分したものが4つ分になっていることを押さえた。

横Ⅲ



面積図での思考を集約させた上で計算のくふうを取り上げた。そうすることで式と図をつないだ考え方、つまり計算にある「15」は面積図ではどのように説明できるかと考えさせることで、一般化への思考の手助けとなった。

(3) 課題を考えた展開例

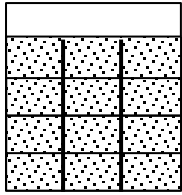
① 目標

- ・板の面積から分数÷整数の立式の意味をつかみ、面積図から分数÷整数の計算の仕方を理解することができる。

② 学習指導課程

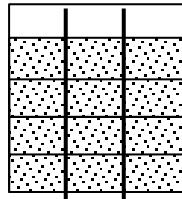
学習活動と児童の意識の流れ	留意点と手立て
<p>1 前時の学習を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・分数に整数をかけるには、分母はそのまま、分子にその整数をかけることができました。 <p style="border: 1px dashed black; padding: 5px;">1 m²の板を同じ面積になるよう3まいに切ります。 1まいは何m²になりますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1 m²を3等分するので式は1 ÷ 3。答えは1/3 m²になります。 ・言葉の式に表すと (全体の面積) ÷ (人数) = (一人分の面積) になります。 <p>2 学習課題をつくる。</p> <p style="border: 1px dashed black; padding: 5px;">4/5 m²の板を同じ面積になるよう3まいに切ります。1まいは何m²になりますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・もともなる分数は1/5 m²です。 ・言葉の式を使うと、式は4/5 ÷ 3になります。 	<p>留意点と手立て</p> <ul style="list-style-type: none"> ・計算のきまりについて考えられるように、<u>分数の第二義 (a ÷ b = a/b) の内容を前倒しして、学習しておく。</u> ・既習事項が確認できるように、面積図など学習してきたことを学習コーナーに掲示しておく。 ・演算決定の助けとするために、整数の場合を扱い言葉の式を確認する。 ・事前に方法別のグループにわけておく。 ・もともなる分数を意識させるために、<u>分数の第一義 (1 ÷ a × b) を確認する。</u>
<p>㊦ 分数÷整数の計算の仕方を考えよう。</p>	
<p>3 解決方法の見通しを立てる。</p> <p>4 問題解決をする。</p> <p>(1) 自力解決をする。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>横Ⅰ</p> <p>中途半端なところに線が入るよ。目盛りはどうすればいいのだろう。</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>横Ⅱ</p> <p>分けていって、残った1/5を3等分しよう。</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>横Ⅲ</p> <p>分けきると、1人分は1/15が4つ分になることが分かるよ。</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・見通しを持って活動に取り組めるように自力解決時の留意点を確認する。 ①線を引いてわける。②一人分を赤で囲む。③囲んだ部分の大きさを考える。 ・自分の考えに自信をもって全体交流に参加できるように、まず同じ方法で考えるグループで話し合わせる。 ・横Ⅰ、Ⅱで悩む児童のため、<u>掲示物と長さの合う分数ものさしを用意し、実際に操作させる。その際、部分を移動させられるようにしておく。</u>

たて I



色を塗った部分で考えると $4/12$ になるのかな。

たて II



1 を 3 等分すると、全体は 15 に分けられるよ。

(2) グループで話し合う。

- ぼくは、 $4/5$ の大きさしか 3 等分していなかったよ。
- ○○さんの話を聞いて、もとになる分数は $1/15$ ということがわかったよ。
- 中途半端な目盛りをどうしたらいいか悩んでいたけれど、○○さんの話を聞いて、1 を 15 にわければぴったりわけられることがわかったよ。

(3) 全体で交流する。

(先ず横とたてで比較)

- 分数ものさしを使うと一人分は $4/15 \text{ m}^2$ ということになりました。
- たて×横で $5 \times 3 = 15$ 、15 にわけています。それが 4 つ分で $4/15$ になります。
- どちらの考えも 1 を 15 等分したものが 4 つ分になっています。

(次に計算)

- 「わられる数とわる数に同じ数をかけて計算しても商は同じ」というきまりがあったよ。わられる数の分母をかけると、整数÷整数に直せる。答えは $4/15 \text{ m}^2$ だ。
- 分母の 15 というのは、5 等分したものを、3 等分しているのだから $5 \times 3 = 15$ のことだと思います。

計算 I

$$\begin{aligned} 4/5 \div 3 &= (4/5 \times 5) \div (3 \times 5) \\ &= 4 \div 15 \\ &= 4/15 \end{aligned}$$

計算 II

$$\begin{aligned} 4/5 \div 3 &= 0.8 \div 3 \\ &= 0.8 \times 10 \div 3 \times 10 \\ &= 8 \div 30 \\ &= 8/30 \\ &= 4/15 \end{aligned}$$

5 まとめをする。

(1) まとめを考える。

㊟ 分数を整数でわるには、分子はそのまま、分母にその整数をかければよい。
分数÷整数の計算は、 $\Delta/\square \div \bigcirc = \Delta/(\square \times \bigcirc)$ と表せる。

(2) 練習問題をやる。

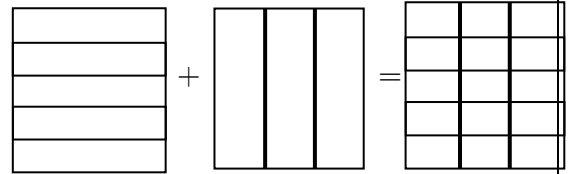
- ① $1/3 \div 2$
- ② $5/7 \div 3$
- ③ $2/3 \div 4$

(3) 本時の振り返りを書く。

- 面積図をかくと、もとになる分数がわかりやすいです。
- 分数を整数でわるには、分子はそのまま、分母にその整数をかければよいことがわかりました。
- 途中で約分すると計算がはやくできることがあります。

- たて I のように 1 m^2 をわけていない児童には、 $4/12$ が $1/3$ となることで矛盾を示す。また、 1 m^2 を等分していくことが分数の考え方だったことを確認し、上までわけて考えさせるようする。

- 操作図と大きさの合う透明で等分されたシートを用意し、3 等分したときに全体は何部屋に分けられるかを考えさせることで、単位分数について理解させる。



- 計算で困っている児童には、整数÷整数なら分数で表すことができること、 $4/5$ を整数にする方法について振り返ることができるヒントカードを用意しておく。
- 計算で考える児童にも、分母・分子の数は、図ではどのように説明できるかについて考えさせる。

- 交流の際には先ず横、たての場合で考えさせることで共通点を見つけやすくする。
- それぞれの共通点を見つけて、式で表された数と図をつなげて説明させる。

- どの考え方も認めたとうえで、計算のみで処理する簡単な方法をまとめ（紹介し）、分数÷整数の式を一般化する。

- 単位分数 (a 等分の更に b 等分) を図とつなげて考えられるように、問題にあった面積図を用意する。

- 練習問題で間違いがあれば、どこでどのようにつまづいたかを一緒に考え練習のめあてにつなげる。