第5学年 「正多角形について調べよう」

【提案の概略点】

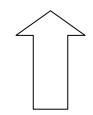
香算研 研究主題

子どもと算数を創る

-わけを説明する活動を通して、『数学的な考え方』を育成する(2年次)-

育成したい「数学的な考え方」

多角形を定義や性質に照らして考察し、正多角形について「すべての辺の長さとすべての角の大き さが等しく、円の内側にぴったり入る」と捉えるカ



本実践でめざす知の更新

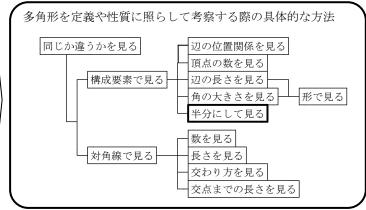
【既有の認識】…断片的な知

正三角形かどうかを調べるには、3つの辺の長さがすべて等しいことを調べるとよい。

正方形かどうかを調べるには、辺の長さがすべて等しく、角の大きさがすべて90°であることを調べるとよい。

正三角形や正方形等は、半分に折るとぴったり重なる。

【更新された認識】…体系化された知





わけを説明する活動

辺の数が偶数の正多角形と同様に、辺の数が奇数の正多角形も、円の内側にぴったり入ることを確かめる場を設定する。その際、「辺の数が奇数の正多角形にも円の中心と重なる点があります。 だから、すべての正多角形は円の内側にぴったり入る性質があると言えます。」と、そのわけを説明する活動

1 授業づくりの意図

(1) 育成したい「数学的な考え方」について

本時学習する内容「多角形や正多角形」は、改訂された小学校学習指導要領において、[C 図形] 領域に新規に追加された内容である。

この内容の学習は、以下の3点をねらいとしている。

- ・ 多角形や正多角形について知ること
- ・ 正多角形について、円と組み合わせて作図したり、性質を調べたりすること

第3章 各学年の内容

- 5 第5学年の内容
- [C 図形]
- C (1) 平面図形の性質
 - ア 多角形や正多角形

多角形とは、三つ以上の直線で囲まれた図形である。例えば、6本の直線で囲まれた図形を、六角形という。また、辺の長さがすべて等しく、角の大きさがすべて等しい多角形を、正多角形という。正三角形や正方形は、正多角形である。

正多角形には、円の内側にぴったり入る(円に内接する)、円の外側にぴったり接する(円の外接する)などの性質がある。

例えば、円に内接する正八角形の頂点と円の中心とを結んでできる八つの三角形は、二等辺三角形であり、しかもすべて合同である。また、六つの合同な正三角形を一つの頂点が共通になるように並べると、正六角形ができる。円周を半径で区切っていくことによってできる形は、半径と等しい長さを一辺にもつ正六角形になる。

このように、正多角形については、円と組み合わせて作図したり、性質を調べたりすることができる。

(『小学校学習指導要領解説 算数編』,155-156頁)

一方、本実践前の子どもたちは、頂点の数に着目することで、3本の直線で囲まれている形を三角形といい、4本の直線で囲まれている形を四角形ということについて学習している。また、三角形や四角形それぞれについて、辺の長さや角の大きさに着目して考察し、四つの辺の長さが等しく、四つの角が直角である四角形を正方形ということ、三辺の長さが等しい三角形を正三角形ということについても学習している。そのため、三角形や四角形などの図形を分けて考察してきた子どもたちは、「三角形と四角形は辺の数が違うから、それぞれ別の種類の図形である」と捉えている段階である。

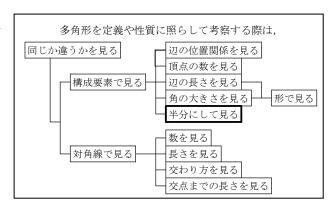
本実践では、多角形や正多角形について学習することを 通して、平面図形についての理解を深めることをめざす。 子どもたちは、既習から「三角形にも四角形にも、辺の 長さや角の大きさが等しい図形がある」ことを知ってい る。また、生活経験等から「正三角形や正方形等は、半

分に折るとぴったり重なる」と、辺の数が違う図形間の共通点を知っている。そこで、多角形を定義や性質に照らして考察し、このような断片的な知を更新後の知へと体系化することで、「正多角形は、すべての辺の長さとすべての角の大きさが等しい図形である。だから、正三角形や正方形も正多角形の1つである」と捉えたり、「すべての正多角形は、円の内側にぴったり入る性質がある」と捉えたりすることのできる「数学的な考え方」の育成をめざす。

(2)「数学的な考え方」を育成するために

多角形を定義や性質に照らして考察し,正多角形 について捉える力を育成するために,右の多角形を 定義や性質に照らして考察する際の具体的な方法 を共有化する。

これまで子どもたちは、まず、「頂点の数を見る」 と用いて、「同じか違うか」を判断する学習を行っ てきた。その中で、辺の長さや角の大きさといった 図形の構成要素に着目し、「直角がある三角形は、



直角三角形という」「辺の長さがすべて等しい四角形は、ひし形という」等、頂点の数が違う図形それ ぞれを別々に見て分類整理してきている。

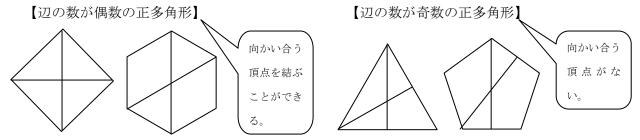
しかし、多角形を考察し、「辺の長さと角の大きさが等しい図形は、すべて正多角形である」と捉えるためには、頂点の数ではなく、「構成要素で見る」を用いて「同じか違うか」を判断する必要がある。また、正多角形を「半分にして見る」を用いて考察し、円の中心と重なる点を見つけ、実際に円をかいて確かめることで、「すべての正多角形は、円の内側にぴったり入る性質がある」ことを捉えられるのである。このことから、「多角形を定義や性質に照らして考察する際の具体的な方法」を活用することにより、「数学的な考え方」の育成をめざしていく。

(3) 本時のわけを説明する活動

辺の数が偶数の正多角形と同様に、辺の数が奇数の正多角形も、円の内側にぴったり入ることを確かめる場を設定する。その際、「辺の数が奇数の正多角形にも円の中心と重なる点があります。 だから、すべての正多角形は円の内側にぴったり入る性質があると言えます。」と、わけを説明する活動

① わけを説明する活動の充実に向けて

本時,辺の数が奇数の正多角形である正三角形が円の内側にぴったり入ることを確かめる際,子どもたちは既習や生活経験から,「半分にして見る」を活用し,2回半分することで円の中心と重なる点を見つけ,実際に円をかいて調べようとするであろう。しかし,辺の数が偶数の正多角形と違い,向かい合う頂点を結ぶことができない正三角形は,「円の中心と重なる点が見つけられないのではないか」と考え,「半分にして見る」を活用できない子どももいることが想定される。

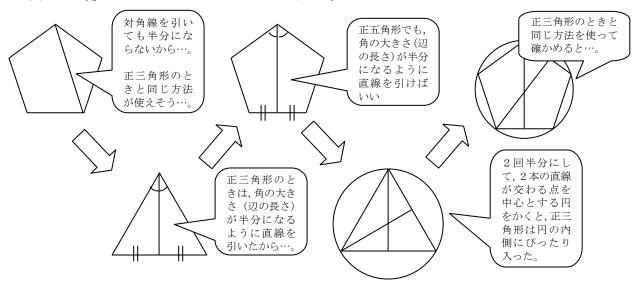


そこで、まず、前時に辺の数が偶数の正多角形において、円の中心と重なる点を見つけて実際に円をかくことで、円の内側にぴったり入るかどうかを確かめられたことを振り返らせる。そして、「円の中心と重なる点が見つければよい」ことに問題点を焦点化して話し合わせるようにする。すると、子どもたちは、辺の数が偶数の正多角形のときは、「半分にして見る」方法を用いて円の中心と重なる点を見つけたことに気付き、正三角形の場合にも使えるのではないかと考えるだろう。しかし、「2回半分に折れば円の中心と重なる点が見つかる。」といった反応からは、多角形を「構成要素で見て」考察しているかどうかの判断ができない。そこで、長方形の画用紙に印刷した正三角形(右図参照)を配布し、半分に折って円の中心と重なる点を見つけることができないようにする。そうすることで、「半分に折る」ことだけに目を向けていた子どもたちも、「辺の長さの半分」「角の大きさの半分」といった図形の構成要素に目を向けていくと考える。その際に出された反応を板書し、「半分にして見る」を位置付ける。

② わけを説明する活動

本時、辺の数が奇数の正多角形が円の内側にぴったり入ることを確かめる体験を行う。そして自力解決の後、振り返りの場面で、すべての正多角形が円の内側にぴったり入ることを説明する言語活動を行う。これは、作業的な側面、体験的な側面、探究的な側面をもった算数的活動であると捉えている。

正三角形が、円の内側にぴったり入ることを確かめた子どもたちは、正五角形も円の内側にぴったり入ると考えるだろう。そこで、実際に正五角形も円の内側にぴったり入るかどうかを確かめる活動を行う。その際、正三角形について確かめた際の思考のプロセスを自ずと振り返り、辺の長さや角の大きさを「半分にして見る」方法を用いて考えるだろう。そして、円の中心と重なる点を見つけた後、実際に円をかいて円の内側にぴったり入ることを確かめていく。このことから「半分にして見ると、辺の数が奇数の正多角形も円の中心と重なる点が見つかる。だから、すべての正多角形は、円の内側にぴったり入る性質がある。」と捉えていくことができると考える。



次	主な学習活動と子どもの意識の流れ
	① 折り紙を折ってできた図形を調べる活動を通して、正多角形について知る。
	<u> 折った折り紙を切ってできた図形を調べよう</u>
	「辺の長さが等しく、角の大きさがすべて等」辺の長さが等しく、角の大きさがすべて等
	しくなっているね。正六角形というんだね。人しくなっているね。正八角形というんだね。人
	(正方形や正六角形,正八角形等は、辺の長さや角の大きさが等しくなっているよ。)
	(辺の長さがすべて等しく,角の大きさがすべて等しい多角形を正多角形と言うんだね。)
	折り目が交わった点から頂点までの長さが、折り目が交わった点に集まっている角の大
	しすべて等しいよ。 しきさがすべて等しいよ。
	どの正多角形も円の内側にぴったり入るよ。
	どんな大きさの正六角形や正八角形でも、円の内側にぴったり入るようだね。
	正多角形の頂点から円の中心までの長さが円の半径と同じ長さになっているよ。
	円の中心と重なる点を見つけると、接する円をかいて確かめられるね。
第	半分にして、交わってできた点が円の中心と重なるんだね。
	(前に勉強した正三角形や正方形も、辺の長さや角の大きさが等しいよ。正多角形だね。)
	正三角形や正方形は、円の内側にぴったり入るのかな。
	(正方形は、半分にすると円の中心と重なる点があって、円の内側にぴったり入ったよ。)
_	とうやら辺の数が偶数の正多角形は、すべて円の内側にぴったり入るね。)
	(
	② 正多角形の性質を調べる活動を通して、円の内側にぴったり入る性質がすべての正多角
次	で成り立つことを調べる。
<i>,</i>	辺の数が奇数の正多角形も、円の内側にぴったり入るのか調べよう
	「円の中心と重なる点がないか¦円の内側にぴったり入るはず ¦半分に折ることはできる 」
	ら, 円の内側には入らないよ。だけど, 円の中心と重なる点 から, 円の中心と重なる
	し が見つけられないよ。 し点は見つかるはずだよ。
	【 円の中心と重なる点を見つけるには、前と同じ半分にする方法が使えそうだね。
	正方形の紙を半分に折って、円の中心と重角の大きさを半分にして、円の中心と重な
	「なる点を見つけよう。」
	正三角形は、半分にすると円の中心と重なる点が見つかるね。 正五角形も正三角形と同じで、きっと円の内側にぴったり入るはずだよ。
	(正五角形も半分にすると円の中心と重なる点が見つかったよ。内側にぴったり入るね。)
	辺の数が奇数の正多角形も円の内側にぴったり入るんだね。
	すべての正多角形は円の内側にぴったり入ると言えるね。
	すべての正多角形に共通する性質を,円と組み合わせて捉えている。
	③ 円の中心角を等分する方法で正多角形を作図する。
	正多角形を組み合わせて、きれいな模様をかきたいな。
	正多角形を作図する方法について話し合おう
	(中心のまわりの角を半径で等分して、円の中心角を等分するとかけそうだね。 「中心のまわりの角を半径で等分して、円周と交わる点を結ぶと二等辺三角形(正三角形)」
	「中心のよわりの角を干住で等力して、日周と文わる点を描めて二等位二角ル(正二角ル)」
第	(正六角形は,正三角形だ。半径と辺の長さが同じだから,コンパスでかけそうだよ。)
∕ 13	
$\stackrel{-}{-}$	④ 円周を等分する方法で,正多角形を作図する。
	正六角形は6つの正三角形が組み合わさってできていたよ。
次	コンパスだけを使って、正六角形を作図する方法について話し合おう
	円の半径の長さと正六角形の辺の長さが同じになっているね。
	円周を半径の長さで等分してかくことができるよ。 ・
	(他の正多角形も,二等辺三角形の底辺の長さが分かれば,コンパスでかけるね。) 正多角形のかき方を使って,いろいろな模様を作ってみよう。)
	正多角形の作図方法を、正多角形の性質と関連付けて捉えている。

3 本時の学習指導

(1)目標

辺の数が奇数の正多角形も,辺の数が偶数の正多角形と同様に円の中心と重なる点があることに気付き,その点を中心とする円をかく活動を通して,すべての正多角形が円の内側にぴったり入ると捉えることができる。

(2) 学習指導過程

学 習活 動 ŧ の 意 識 前時までの学習を振り返 「辺の数が偶数の正多角形は、円の内側にぴったり入ったよ。 り、本時の学習課題を確 認する。 辺の数が奇数の正三角形はどうかな。 辺の数が奇数の正多角形も、円の内側にぴったり入るか調べよう 正三角形が, 円の内側 (正三角形は、正多角形だから円の内側にぴったり入るはず だよ。 円の中心と重なる点を見つけると、円をかいて確かめる にぴったり入ることを確 かめる。 とができたね。 (円の中心と重なる点が見つからないよ。 で多角形だから、円の中心で真ん中はどこだろう。 (1)解決の見通しを話し 合う。 く似た反応を板書上でまとめ, と重なる点があるはずだよ。円の中心と重なる点 思考様式を位置付ける支援> 人はないのかな。 (どうやって円の中心と重なる点はあるはずだよ。 (どうやって円の中心と重なる点を見つけたらいいのか 前の辺の数が偶数の正多角形の勉強では、2回半分に 2回半分に と見つけられたよ。正三角形も半分にするといいのかな。 正三角形の紙を半分に折るY角の大きさが半分になるよう !に線を引いてみると、見つか こと見つかりそうだね。 (リそうだね。 実際に正三角形を半分にして確かめてみよう。 (半分に折ってみ (角の大きさが半分に (2) 円の中心と重なる点を 見つけて円をかく。 'なるように線を引く 'ると, 交わる点 が1つ見つかっ と, 交わる点が1つ 見つかったよ。 この点が円の中心と重なる点になっているはずだ。 三角形を円の内側に入れるなら,交わった点と頂点を結 んだ直線を円の半径にすればいいね。 (交わった点を中心にして、円をかいて確かめてみよ 正三角形も円の内側にぴったり入るね。 半分にして見ると円の内側にぴったり入ることが 確かめられるね。 (正五角形でも確かめてみよう。 (正五角形も、きっと円の内側にぴったり入るはずだよ。 (正三角形のときと同じように、半分にすると見つかりそ 正五角形についても確か める。 く思考のプロセスを だね。確かめてみよう。半分に折ってみ 自ずと振り返る教材> Y角の大きさが半分に なるように線を引く ると, 交わる点 が1つ見つかっ と,交わる点が1つ ぴったり入ることが確かめられたよ。 半分にして見ると中心と重なる点が見つかって, 正多角形の性質が確かめられたね。 (辺の数が奇数の正多角形も、円の内側にぴったり入る 4 本時の学習を振り返り が分かったよ。 すべての正多角形は、辺の長さや角の大きさが等 正多角形の性質についてま とめる。 円の内側にぴったり入る性質があるんだね。

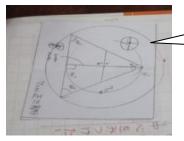
(3) わけを説明する活動の詳細

「すでに勉強した正三角形が、円の内側にぴったり入るか確かめたい。」と考えている子どもたちに、長方形の画用紙に印刷した正三角形を配布し、半分に折って円の中心と重なる点を見つけることができないようにする。「半分に折って」確かめることができないことから、子どもたちは、折らずに確かめる方法を考え始めた。前時、接する円をかくためには「円の中心と重なる点を見つけるとよ



い」ことを見出してきた子どもたちは、その点を見つけようとした。しかし、辺の数が偶数の正多角形と異なり、正三角形には対角線がないことから、対角線で半分にできず、円の中心と重なる点を見つけにくい。そこで、前時、辺の数が偶数の正多角形で、円の中心と重なる点を見つけた方法を振り返らせた。そうすることで、「半分に折って見つけた。」「角の大きさが半分になるように線を引いて見つけた。」のような反応が出された。この反応を「半分にする」という考え方でまとめて板書し、思考様式「半分にして見る」を板書上に位置付けていった。そして、教師が「正三角形も半分にすることができるのかな。」と問いかけることで、「正三角形も半分にして、円の中心と重なる点を見つける」ことを確認した。このような支援により、「半分にして見る」方法が「問題解決に使えそうだ。」と、見通しをもって自力解決していった。





円の内側にぴったり入らないよ…。辺の数が偶数の正多角形とは違うのかな…。

自力解決の際,上記右の写真のような誤答が見られた。そこで,自力解決の後,「半分にして見る」 方法を再度確認する場を設定した。

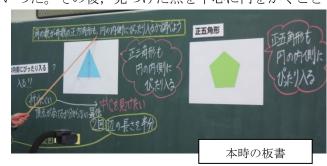
「半分にして見る」方法を用いて円の中心と重なる点を見つけ、正三角形に接する円を作図することで、辺の数が奇数の正三角形が円の内側にぴったり入ることを確かめた後、正五角形について確かめる場を設定した。まず、子どもに正五角形を示し、「辺の数が奇数の正多角形である正五角形も、正三角形のように円の内側にぴったり入るのか」と問いかけた。すると子ども



たちは、円の中心と重なる点を探そうとするだろう。そして、「半分に折る」「角の大きさが半分になるように直線を引く」といった、正三角形で円の中心と重なる点を見つけた経験を想起しながら、正五角形を「半分にして」円の中心と重なる点を見つけていった。その後、見つけた点を中心に円をかくこと

で、「正五角形も円の内側にぴったり入る」ことを確かめた。

このように、「半分にして見る」方法を用いて、 様々な正多角形が円の内側にぴったり入ることを 説明していくことで、「すべての正多角形は、円の 内側に入る性質がある」ことを捉えていった。



(4) 本時の総括的評価

「数学的な考え方」を評価するために、下記の評価規準を設定し、実践を行った。

【評価規準】評価の方法:発言及びノートの記述

- B:「半分にして見る」方法を使って、外接する円の中心と重なる点を見つけ、その点を中心とする円をかくことを通して、正多角形の性質を説明している。
- A: Bに加えて、外接する円の中心と重なる点と頂点の結んだ直線が、外接する円の半径と同じになること等、正多角形の性質を基に説明している。

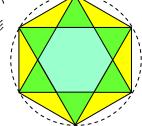
<B例>

辺の数が奇数の正三角形や正五角形等も, 円の中心と重なる点があり円の内側にぴったり入ります。このことから,すべての正多角形は「円の内側にぴったり入る性質がある」といえます。

<A例>

・・・・ (Bの記述)・・・。 なぜかというと,正 多角形の頂点は円周上にあるので,円の中心 から正多角形の頂点までの長さが,円の半径 と同じ長さになるからです。

発言及びノートの記述から、評価規準のB例に当たる説明をすることができていた。また、次時の学習においても左図のような模様をかく際、「すべての正多角形は円の内側にぴったり入る性質があるから、円を使ってかくことができそうだ。」と、見通しを話し合い、問題解決していくことができた。



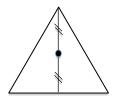
このことから、本実践が「数学的な考え方」の育成に効果があったと考える。

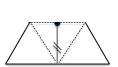
4 実践を振り返って

○ 「実際に、半分に折って円の中心を見つけることはできないが、半分に折った時にできる折り目と同じ直線を作図することができる」と考えた子どもに、板書上で1つの頂点から向かい合う辺の長さの半分になる点を結ぶ直線を作図させた。その後、辺の数が偶数の正多角形の中心を見つける方法と比較させることで、実際に折らなくても半分に折ってできる折り目と同様の直線が引けることに気付くことができたと判断した。

しかし、2本目の直線を引き円の中心と重なる点を見つける際、右図のように「1本目の直線の 真ん中の点が円の中心と重なる点になる」と考えた子どもたちの多くは、間違いに気付いてはいる ものの、その解決に至らなかった。つまり、「半分にしてみる」方法を活用することができなかっ たのである。その原因として、「半分にする」という方法ついては理解しているが、何を「半分に する」のかが明確になっていなかったことが考えられる。前時、辺の数が偶数の正多角形について 考える際に出された、「折り目の長さを半分にする」方法は、

結果として「ぴったり重なるように半分に折る」ことと同じであった。そのため、「1回半分に折って、折り目の長さの半分の点が円の中心と重なる点になる方法が使えそうだ。」と考えて問題解決しようとした子どもたちは、問題解決に至らなかったのである。





そこで、このような子どもに対して、切り取った正三角形を用意し、実際に折って確かめることができる場を設定することを考える。切り取った正三角形を用意し、実際に折って確かめることができる場を設定する支援によって、2つの考え方の「違い」に気付かせる。そうすることで、「半分にしてみる」方法は、ぴったり重なるように「半分に折る」方法が基になっていることに気付くことができるのではないかと考える。

○ 正三角形が円の内側にぴったり入ることを確かめた子どもたちは、正五角形についても正三角形と同様に、「半分にする」方法を使って確かめられると考えた。折り目の長さの半分に円の中心があると考えた子どももいたが、正三角形での思考のプロセスを自ずと振り返り、正五角形が半分になるような2本の直線を引いて円の中心と重なる点を見つけ、実際に円をかいて確かめることで、円の内側にぴったり入ることを確認していった。作図の様子や反応から、ほとんどの子どもは問題解決ができていると判断できた。

しかし、数名の子どもが「半分に折る」イメージがもてていないため、2本目の線を引く際につまずき、自力解決できていないのも事実である。

そこで、例えば、右のように円形の画用紙に印刷した正多角形を配布することを 考える。円では上下が存在しないため、自由に回転して考えることができる。この ように、与える教材に工夫をすることで、「半分に折る」イメージをつかみにくい子 への支援となると考える。

