

子どもと算数を創る

- 『数学的な考え方』を育成する評価と指導 -

1 主題について

(1) 目指す子ども像

算数を創っていく子ども

算数的活動を通して見出した互いのアイデアを、妥当性・関連性・有効性の視点で練り上げていく中で、数学的な考え方と豊かな感覚を活かして、数理を導き出したりつないだりするおもしろさを味わいつつ、算数のよさや生活との結び付きを実感していく子ども

「わかる・できる」楽しさを味わいながら、基礎・基本的な内容を習得するとともに、それらを基にしてより便利（簡潔，明瞭，的確）な数理の獲得を目指していく子ども

(2) 研究主題の設定理由

「自ら学び自ら考える力の育成」，「生きて働く学力の形成」を目指す中で，「基礎・基本の確実な定着」，「確かな学力の保障」を図っていくことが，学校教育に求められている。

「確実な定着」。このことばだけを取り出すと，知識や技能を中心とした一斉画一の教育をイメージしてしまうかもしれない。しかし，「生きる力」「自ら学び自ら考える力」の育成を前提に算数科学習を考えると，基礎・基本は，決して数量や図形についての知識や技能だけではなく数学的な態度や考え方でもあり，学びの主体はあくまでも子ども自身である。

私たちは，ここ数年，同一の主題を掲げて研究を進めてきた。

新学習指導要領の完全実施に伴って算数科学習の内容も時間も減少し，全国的に「確実さ」，「確かさ」が重視される中であっても，私たちは，算数の学びに主体的・創造的に取り組み，学ぶことの楽しさや成就感を味わう中で，「確かな学力」「生きて働く学力」を育成することを大切にしていきたい。文科省が，競争重視路線を打ち出そうとしている今，これまでの研究をしっかりと維持していきたい。



また，算数科において，子どもたちに身に付けさせたい内容は，これまでに先人が築き上げた文化遺産の一面である。しかし，上記のことを考えたとき，その文化遺産の伝達・教授は，「教えてもらったから知っている」「練習したからできるけれど意味はよくわからない」といった形に終わってよいのだろうか。たとえ先人の築いたものであれ，その獲得を目指す子どもには，先人の歩んだ過程の追体験，すなわち自らの力による創造の過程を歩ませたい。ただ，子どもたちだけでは，その創造の過程は試行錯誤の連続に終わるかもしれない。その学びを有効な意味深いものに方向付ける教師の役割が重要となる。

こうしたことを踏まえ，私たちは本年度も，「できたよ！」「わかったよ！」と，習得・習熟の喜びと主体的・創造的に学ぶ楽しさや成就感を味わう子どもの姿を願って学びをデザインする，すなわち『子どもと算数を創る』指導とそのための評価の在り方を探っていきたい。

2 副主題について

- 『数学的な考え方』を育成する評価と指導 -

(1) 研究主題の設定理由

これまでの研究を振り返ってみると、平成8年度から先に述べた「子どもと算数を創る」というテーマで研究を続けてきた。サブテーマにおいては、数学的な考え方の育成をその中核として研究を進めてきた。このことは、「数学的な考え方」こそが、子どもに身に付けさせたい力と考えてきた証とも言える。

算数科として身に付けさせたい力（基礎・基本）には、知識・技能面だけでなく、考え方や関心・意欲・態度面もある。この後者の評価は見取りにくい上に、数値化しづらいものである。しかし、この評価、及びその結果に応じたその場その場での指導（支援や手立て）無くしては「数学的な考え方」の育成はできないことも十分承知しているところである。

そこで、これまでの研究を継続しつつ、本時の学習指導における「評価と指導」にも焦点化していきたいと考えている。つまり、研究の対象を変更するのではなく、広げていくのである。これは、私たちの授業力の向上を勘案したときに避けては通れない研究対象である。

以上のことから、サブテーマを上記の『数学的な考え方』を育成する評価と指導とした。

(2) 「数学的な考え方」とは

これまで、私たちは、片桐重男氏の考え方を基に数学的な考え方を、おおまかに以下の3つに分類してきた。

A：各単元、各授業場面で扱う学習内容にかかわる「数学的な考え方」

B：問題解決の過程にかかわる「数学的な考え方」

C：実生活での合理的な営みを支える「数学的な考え方」

同氏の新書「数学的な考え方の具体化と指導（明治図書）」には、数学的な考え方として、次の3つのカテゴリーを挙げている。

数学的な態度

数学の方法に関係した数学的な考え方

数学の内容に関係した数学的な考え方

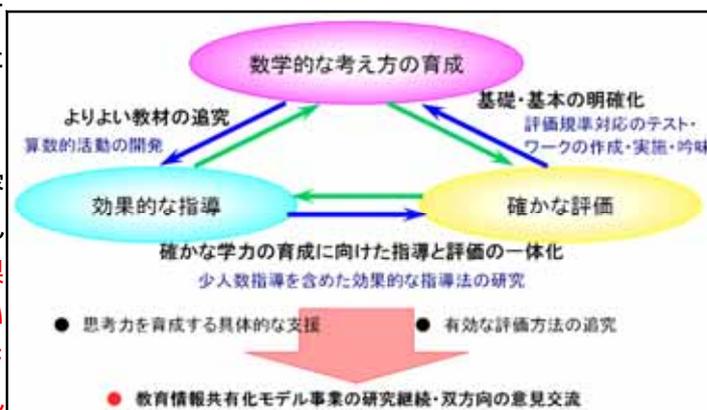
私たちの研究における「何を」「どうする」の「何を」に当たるこの数学的な考え方については、同氏の考えを参考に取り入れられるところは取り入れ、再考したい。

3 研究の具体について

(1) 研究の内容および方向について

本年度も、右のような研究を進めたいと考えている。

教科書は、学習指導要領にある内容を身に付けさせるためによく吟味された「教材」を提供してくれている。県下では、2社の教科書が使用されているが、学習内容の系統や子どもサイドの学びを大切に扱う等、各社それぞれ



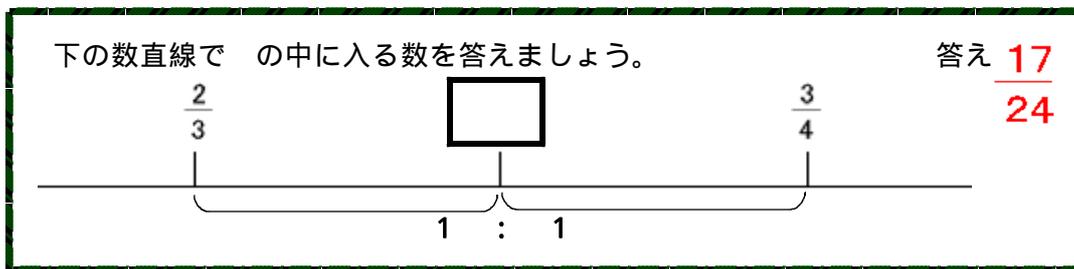
によさがある。私たちは子どもたちが楽しく学習し、分かるできる姿を思い浮かべ教材研究する。興味をもたせられ、しかも価値あるよさに気づかせられる「活動」をどう組み入れようかと思案する。そういったときに、2社の教材を比較することは大変勉強になる。そういった教材研究をすることによって「何」を明確にしていくのである。

➡ 【A：学習内容にかかわる「数学的な考え方」】の洗い出し

教材研究について	
・何を	(目標の明確化)
・どのように	(有効な算数的活動&目的意識)
・なぜ	(価値、必要感)
・どこまで	(系統性・内容等)
・学習内容の系統性(「量と測定」の学習を例に: 4段階) (個数) 「長さ」「かさ」「重さ」「面積」「角」「体積」 (1)直接比較 (2)間接比較 (3)任意単位による測定 (4)普通単位による測定	
子どもの生活から算数の世界へ	

それでは、そういった力を「どのように」指導すればよいのだろうか。たし算を学習し、たし算ができるようになった。ひき算を学習し、ひき算ができるようになった。子どものそんな姿を目にすると達成感を味わえる。しかし、それは「たし算を学習しているから、たし算をしているだけ」なのかもしれない。また、立式は、「問題に出てくる順に数値を書いているだけ」なのかもしれないのである。私たち指導する側の考えとは全く異なる成功経験をさせてしまっていれば、その子にとってそれが「できる」方法になってしまうのである。これは、乗除においても、数範囲が小数、分数に拡張されても同様である。そういった意味で、単元「たすのかなひくのかな」等は、子どもに演算決定の場をもたせることができる重要な単元と言える。

高学年になると、場の設定を明確にすると自力で解決できるにもかかわらず、「何」を使えばよいか判断できないためにお手上げになることも起こり得る。次の(一見すると)難問で考えてみよう。この問題は何を基に解決すればよいのだろうか？



分数？、比？、数直線？。この問題に直面した子どもたちの反応はどうだろうか。

お手上げ状態で、あきらめている。

解決方法は見出せていないが、どうにか見付けようとしている。

2つの分数を通分してみるが、 $\frac{8}{12}$ と $\frac{9}{12}$ となり途方に暮れる？

分数を整数に置き換えて考えようとしている。

2つの数値の丁度真ん中ということから、平均の考えで考えている。

結論から言うと、2つの分数の平均を求めればよいのである。このことに気付けば、分数のたし算・わり算の計算技能で解決できるのである。それでは、そのことに気付けない場合は、どうすればよいのか。例えば、自分で簡単な場面に置き換えて考えてみようとする態度が欲しいところである。 (単純化の考え)

この問題と、 $(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}) \div 2$ と単に計算式を提示した場合とを比較したと仮定してみよう。回答率(正答率)が大きく違うことが予想されはしないだろうか。

その差をなくすためには「どのように」指導すればよいのだろうか。

- ・ 日々の学習の中での、学んだ内容と身の回りの生活のつながり
- ・ 教科書を教えるのではなく、教科書で教える。教科書エキスの絞り込み
- ・ 内容習得のための絵図(線分図、数直線など)の「よさ」の価値付けとその活用
- ・ 既習内容の活用により解決できたという学び自身の価値付け

などが考えられる。



【B：問題解決の過程にかかわる「数学的な考え方」】の洗い出し
【C：実生活での合理的な営みを支える「数学的な考え方」】の〃

(2) 研究の中で (本時の学習指導における「評価と指導」を中心に)
次は、学習展開上の留意点である。

【授業前に】子どもの本能的に働きかけるために

- 子どもの知的好奇心をくすぐる「教材」開発
- 子ども自らが他の要因を吹き飛ばしてもやりたいと思えるもの

【課題把握までに】

- 「何」を考えるのか
- 「どのよう」に考えるとよいのか 見通しをもたせる

【自力解決では】

- 子どもの生活経験や既習内容とつなぐ

【交流・集団吟味では】

- 表出された内容の共通理解
- 妥当性、有効性、関連性の吟味
- 正しい論証(「前提」が真で、かつ、「論証形式」が妥当である)
- より便利なものを追究する態度(簡潔・明確・的確な手続きや表し方の獲得)
- ⇒ 納得して、根拠をもって協定へ(一般化)
- 自分が納得できるまで、妥協しない態度
- 思考様式の意識付け、価値付け、転移・活用場の確保

はかせ
せかい

『数学的な考え方』を育てるためには

原因を明確に

- どう考えてよいのか分からない。
- 考える必要感がなかったり「考える」こと自体の楽しさや喜び経験が少なかったりする。

何を、どう考えたとよいのかに気付かせる支援が必要である。

吟味の場面では

子どもは、何をもち「分かった」と実感したり、「正しい」と判断したりしているのだろうか。

「~~種別による判断~~」先生が認めてくれたかどうかによって判断している
「~~多数決による判断~~」多々の人が同じになったのだからこれでまわりと判断している
「~~演繹的な考え方による納得~~」これは、本当に正しいのだろうか、それはどうしたら言えるのだろうか」という考え方で、子ども自身が「理かにそうだ」と納得している。

学習指導の吟味の場面において大切にしたいのは、「これは、本当に正しいのだろうか、それはどうしたら言えるのだろうか」という演繹的な考え方である。

子どもの中には、「答えが合っているのだから、いいでしょ。(答えが同じであることは、必ずしも正解ではない)」と考える子もいる。根拠(理由)を確かめて、それが確かに正しいと言えるか否かを吟味する学習を低学年時から大切にしたい。授業中でのリアルタイムな評価においても、テストにおける評価においても、**式が間違っているにもかかわらず答えが合っているからと丸を付けていないだろうか。**そのこと自体にも問題はありますが、それよりも**「答えさえ同じであれば、理由は二の次」と子どもに印象付けてしまうのではないかと**危惧される。

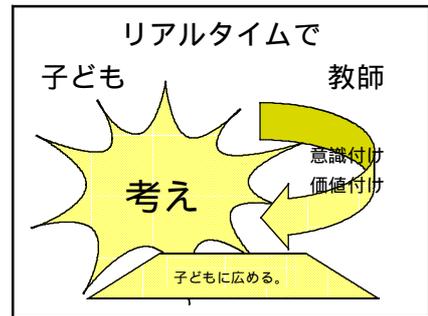
学習指導中における「数学的な考え方」の評価

「数学的な考え方」には、◇算数を創っているとき(学習指導中)にこそ評価しやすいものと②(単元の)学習後でも評価できるものの2つがある。前者の「数学的な考え方」の評価方法について研究部の考えを述べたい。

まさに、子どもと算数を創っているときのそれについては、まず子どもに意識付け、子どもの納得を伴った価値付けがリアルタイムでなされ、それを子どもに返し、広めることが大切である。

低学年であれば、子どもが言いたいことをくみ取って、音声言語として返すことも必要であろう。高学年になるに連れて子ども同士の話し合いによる集団吟味によって一般

化できるようにしたいものである。そのためには、子どもたち自身が**話形**(語り始めの言葉)についても**吟味の手順**についても身に付けなければならない。**正しい論証の在り方**も理解し、内容の**妥当性を判断する力**も必要になる。これらのことを私たちは張りめぐらしたアンテナで感受し、タイムリーに評価し子どもたちに返すことを日常実践で繰り返し支援することになる。毎時間の学習指導において、学級全体の児童に対してどうであったかという評価は難しい。そこで、同じ子どもに同質の評価を重複させない方法が考えられる。また、導き出された解(法)から期待する考え方ができているか否かを瞬時に判断できる方法もある。例えば、挙手により学級全体を見取ることができる場合である。つまり場に応じた使い分けを工夫するとよい。



学習指導における「数学的な考え方」の育成（指導の在り方）

次に、大切なのが、内容理解の為の期待する「考え方」だけでなく、本時の課題に対して、子ども自ら湧き出てくる「問い」や具体的な思考様式を洗い出しておくことである。子どもから出されるであろう考えを全て予想することは無理であろう。しかしながら、ある程度予測しておくことで、取り上げる順番や価値付けすべきポイントが明確になると考える。つまり、十分な教材研究は、**生の子どもの反応に合わせて軌道修正ができる教師の力量アップの必要条件**と言える。教師はただ出しゃばらず、気づかせたいこと身に付けさせたいことが、子どもたち自身の力で、見つけられるように目の付け所を意識化させたり、組み立てられるよう有効なものを価値付けしたりすることに徹するのである。そういう指導を辛抱強く継続することで、子どもたちは学び方も同時に習得できると考える。それは、「正しい考え」を示し、練習させ身に付けさせられるものでも、知っている子が張り切って発言するのを聞いて身に付くものでもない。例えば、九九の学習で考えてみよう。かけ算九九が唱えられる。同数累加というかけ算の意味を説明できる。かけ算が適用できる場面に置き換えることができる。どんな子どもの姿をイメージするのか、そのためにはどんな指導をすればよいのかを明確にしておくのである。

【かけ算の九九(2年)】

かけ算の九九であれば

- 「四七 28」が答えられる。

- 「4を7つたす」という同数累加のイメージがもてる。

- 生活経験の中での具体的な事象で意味を理解させる。
例：みかんが4個入っている袋が7袋ある。
- 既習の「 $4+4+4+4+4+4+4$ 」と「 4×7 」を比較させる。
表記のよさ

- 問題解決で使える。

・演算決定 ・数値決定

啓林館 2年下 (p22)

かけられる数と かける数

1 おかしの はこが 4つ あります。
1つの はこには、おかしが 5こずつ はいって います。
みんなで なんこに なるでしょう。

なんこの いくつぶんかを ひんがえましょう。

しきは 4×5 かけ算、
 5×4 かけ算

5この 4つぶん だから、
 $5 \times 4 = 20$

20こ

ににんが 4
にさんが 6

答えることはできても、使えるものになっていなければ、それは**ただの言葉遊び**と変わらない。

生活の中の算数にどう対応できる子どもにしたいのか。

かけ算の学習では、正しく計算できるようになることは当然大切である。加えて、同じ個数のものがいくつかあれば「かけ算でできる」、あるいは、そういった状態にすれば「かけ算が使える」よさを味わわせたい。

★ アサガオの花は、ぜんぶで何こあるでしょう。

5 5 5 4 6 5 4

子どもたちが集団吟味する際、自身が何を言っているのか分からなくなることは少なくない。また、そういう状態で話し合いが続けば、思考は深まるどころか、意見をつなぐことさえできなくなってしまう。各々が自分が言いたいことだけを発する状態である。そんなとき、教師から思考の方向を修正することばとして、「だから」(事実・事象を述べ、それを考えと思っている場合)と問いかけることで、主張を引き出すことができる。また、「だったら」(新しい視点に気づかない場合)と問いかけることで、見方や場面を変えてみるというアイデアを誘発することができる。このことばは、児童の語り始めの言葉へと自然に転移していくと考える。

「数学的な考え方」を育成するための教材開発（発展的な学習を含む）

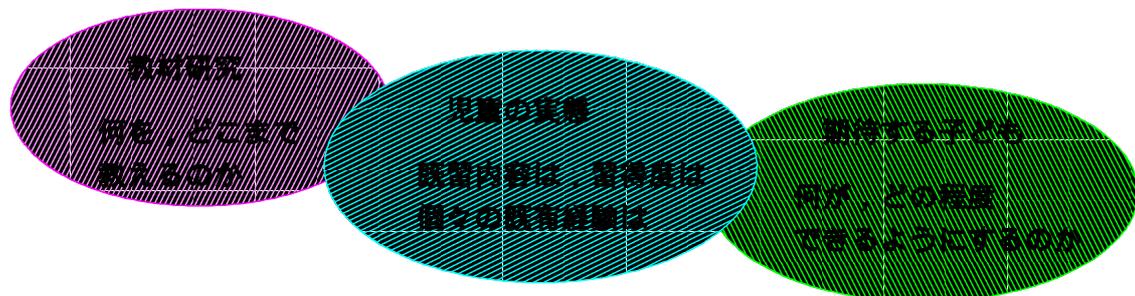
子どもの先行学習が、算数を創ろうとすることに不都合に感じてしまうことはないだろうか。例えば、「同じ数ずつ分ける」場面を捉えさせたいときに「わり算知っとる。わり算でしたら簡単」と、また、かさ比べをさせたいときに「で量ったらいい」と子どもから発言されるようなときである。

子どもの既有経験や知識は悪いことではない。それらは、問題解決の手がかりとなるのであるから。しかしながら、「子どもと算数を創ろう」とする教師の意欲を削がれる感は残る。

上記のことを防ぐ（封じる）方法として、学習指導法と教材によるものが考えられる。前者は、不確かな内容で話し合いをしないことを子どもと約束しておくことであり、後者は、教材によって思考の場を限定することである。例えば、「1 って何？どのくらい？」と尋ね、「みんなが言っている量がバラバラだけど、それを使って考えていいの？」と、知っていても現時点ではそれ以上役に立たないことに気付かせることである。また、袋の中が見えなくて、そうとう中身が多い場合に、「3人に同じ数ずつ分ける方法を考えよう」と発問すれば、立式できずに分け方に絞って思考させることができるのである。

以上のことから、「教材（開発）」が数学的な考え方を「どのように」指導するかの鍵を握っていることは明白であろう。

それでは、実際の教材開発の在り方について考えてみよう。



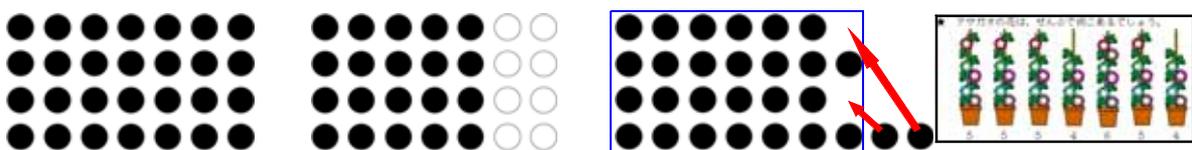
【2年かけ算】で、適用の場を経験させて、かけ算の便利さまで感得させたい。

まずは、目標を明確にすることが大切である。それは、発展的な学習でも同様である。ここでの、発展とは内容ではない。普段の基礎・基本があって、見方・考え方をどう発展させようとしているかが大切なのである。

次に、子どもサイドからの前提条件を明らかにしておく。問題で、分かっていることは何で、分からないことは何か。また、何が分かれば、解決できるのか（見通しの一つ）。既習内容を助走問題として扱うことは有効であり、課題を明確にすることができる。

【レベル】	（聞いたことがある）	7×4
	（知っている）	$7 \times 4 = 28$
	（意味が分かる）	$7 \times 4 = 7 + 7 + 7 + 7$
	（使いこなせる）	$7 \times 4 = 2 \times 4 + 5 \times 4$
	（十分に使いこなせる）	$6 + 7 + 6 + 9 = 7 \times 4$

のレベルの子どもを や にしたいわけだから、 を助走問題にし、 ， を課題として捉えさせ、考え方を会得した後、適用題で を扱えばよい。



最後に、教材にも限界はある。そこで、力を発揮するのが「誤答を起点とし、誤答を生かす」教師の指導力としての力量であろう。