

## 子どもと算数を創る

— 数学的な考え方の育成を目指して —

### 1 主題について

#### ————— 子どもと算数を創る —————

「数理はできあがったものではなく子ども自身が創り出していくもの」である  
ととらえ、みんなでより便利(簡潔, 明瞭, 的確)な数理を獲得していく学び

#### (1) 子ども像

##### ————— 算数を創っていく子ども —————

より便利(簡潔, 明瞭, 的確)な数理を獲得していく過程で, 数学的な考  
え方に支えられた導き出す・ひらめく, 結びつけるおもしろさを味わうとと  
もに, 豊かな感覚を味わい, 算数と生活の結び付きを実感していく子ども  
算数的活動を通して見いだした互いの見方や考え方を, 妥当性, 関連性,  
有効性の視点で練り上げていく中で, 論理的・合理的でありつつも協調的な  
態度を育む子ども

#### (2) 設定の理由

「算数を創る」・・・

- ・ 子ども自身が先人の数理創造の営みを追体験することは, その数理の価値の実感  
につながると同時に, 新たな場面での数理の発見や創造に向かうエネルギーとなる  
から
- ・ 創り出した数理にして, はじめて他へ転移する力もついてくるから
- ・ 新指導要領においても, 「自ら~する」という子どもの主体的な創造活動である  
「算数的活動」が重視されているから

「子どもと」・・・

- ・ いかに主体的, 創造的な学習活動にしていくかは, 授業における教師のアクト(ど  
のように単元や授業を組織し, どのように子ども一人一人の様相に支援していくの  
か)に依るところが大きいから。  
(主体性を重んじるあまり全てを委ねると子どもの活動の方向性や価値が損なわれ  
てしまう)

## 2 副主題について

### サブテーマ「数学的な考え方の育成を目指して」

算数を創っていく学習は、数学的にまとめられていない具体についてどのようにとらえていこうか、さらに数学的にとらえられたものをどのように発展・統合していこうか主展開されていく学習である。そしてその過程を推進させていく原動力は数体系を確立していこうとする意欲であり、その意欲を正しく導く数学的な考え方である。「算数的活動」も、具体的・体験的なあるいは念頭の操作の中で子どもが自ら数学的な見方・考え方を生み出すことを願うものであり、これらを培うことで子どもは自ら算数を創りだしていけるのではないかと考える。

## 3 『数学的な考え方』とは

数学的な考え方をどのようにして育成するのかを研究していくにあたって、数学的な考え方の捉えを共通理解しておく必要があると考え、それを以下の3つに分類した。

### A：内容にかかわる数学的な考え方

数や量，図形など算数の内容に直接かかわっているもの，言い換えれば先人が築いてきた数理の便利で美しい構造を支える本質的なもので，各単元で子どもにひらめいたり納得したりしてほしい考え方

### B：問題解決を支える数学的な考え方

算数の問題を解決する際に，あるいは，解決結果をより便利なものに高めたり，広く使えるものにまとめたりする際に用いるもので，問題解決を繰り返す中で，子どもに身に付けてほしい考え方

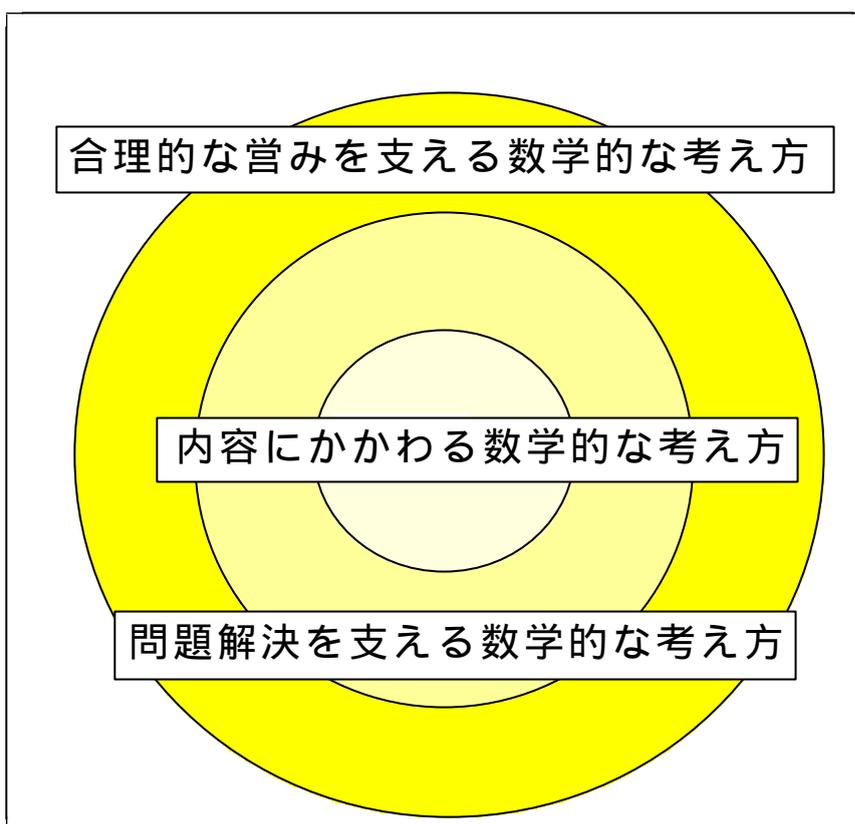
### C：合理的な営みを支える数学的な考え方

子どもが実生活（日常の営み・他教科の学習）における数理的な事象に対して，自らの合理的な態度（表現・処理などの行為）に向け発揮したり，周りの人々の合理的な態度から見つけ出してほしい考え方（算数の知恵）

上記の3つの「数学的な考え方」の関係については、右のように捉えている。

すなわち、各単元でぜひ獲得してほしいのが「内容にかかわる数学的な考え方」、それをもとに問題解決を繰り返す中で獲得してほしいのが「問題解決を支える数学的な考え方」である。

そして、それらをもとに実生活で知恵として獲得してほしいのが「合理的な営みを支える数学的な考え方」である。



#### (1) 内容にかかわる『数学的な考え方』を整理する

内容にかかわる「数学的な考え方」は、各単元で身に付けさせたい知識・技能に深く関連し、「算数ってうまくできているなあ」とそのよさを感じさせるものでもあろう。

したがって、この「数学的な考え方」を整理することは、その単元で子どもにつかませたい本質は何かを見極めることに値するであろう。そうした意味において、これらを明確にした上で単元構想やそれぞれの授業作りを行うことは意義深いと考えている。

私たちは、内容にかかわる「数学的な考え方」を以下の3つに整理した。

### 1 単位の考え

何を1として考えていくのかを明確にする、10個・100個・1/10個などのまとまりごとに新しい単位をつくる、各単位の位置とその大きさ・関係を整理する、基準とする単位を変えてものを捉え直す、図形などを構成要素（辺の数、辺の長さ、頂点の数、角度など）という単位によって数値化して表現する など

### 2 形式的な手続きの考え

計算・式操作・量の比較や測定・作図などの操作・表やグラフへの表現をより簡単な（できるだけ同じに・できるだけ少ない手間で）手続きで行う

### 3 基本的な原理の考え

いろいろな数や計算の意味や構造，そこに成り立つ規則性，比較・測定の方法，図形の特性，関数の規則性などの原理・原則を，数理をつくる際に生み出したり，用いたりする

なお，「式の見方・考え方」「関数の見方・考え方」など，各領域や内容固有の「数学的な考え方」の捉えも一般によく聞かれる。しかし，ここでそうした「数学的な考え方」に分類すると，各領域や内容の特性を整理することに等しくなってしまうので，違った観点から捉えることとした。

#### (2) 問題解決を支える『数学的な考え方』を整理する

子どもと算数をつくる・・・私たちが求める学習像は，「みんなで便利な算数をつくっていこう，約束していこう」といった構成主義の立場に立った問題解決学習である。

そうした学習の中で，子どもたちがこんな考え方で問題に挑めば解決に有効に働くであろう，こんな考え方を身に付ければどんどん算数を広げられるであろうと思われる「数学的な考え方」を整理した。

#### 1 類推

これまでの知識や経験を手がかりに，解決の結果や方法に見通しをもつ

#### 2 帰納

いくつかの事象を調べて観察し，全てに共通なパターンを見つけたり，パターンごとに分類したりする・そのパターンに間違いがないか別の事象で検証する

#### 3 演繹

解決のためには何を考えればよいかを絞り込む・解決の根拠を説明する

#### 4 統合

獲得したいいくつかの数理をより高次の視点から捉え，そこに共通な数理にまとめたり，はみ出した部分を整理したりする

## 5 拡張

獲得したある数理を、さらに広い範囲に広げながらまとめる

## 6 発展

解決できたある事象の条件や観点を变えて、違った角度から考察する

## 7 抽象化

事象や観察結果がもっている具体物ならではの属性や誤差などを捨て、ある観点からは同じものとして、あるいは、あえて理想的な姿としてみる

## 8 単純化

解決が難しそうな事象や問題を、「まずここまでは...」、「もしこうだったら...」と部分に分けたり、簡単な場面になおしたりして考察する

## 9 図式化

事象そのものやことばではぼんやりしていたり複雑だったりする場面の様子や解決の道筋を、記号や数を当てはめたり図や式に表したりして分かりやすくする

## 10 特殊化

数理の一般化を目指すにあたり、こんな場合でも当てはまるのだろうかと疑わしき極めて特別な場面を設定し、検証する

なお、10の考え方に整理するにあたっては、次の2点に配慮した。

1つは、「一般化」についてである。数学的な考え方の代表的な1つに「一般化」がある。しかし、1事象の解決からストレートに一般化しようという思考に向かうことは、小学生には難しいであろう。そこで、「他の数や場面にも当てはまるかな」「どちらのやりの方が便利かな」「式にまとめられないかな」など、一般化を目指していくつかの数学的な考え方を使っていくと捉えることにした。すなわち、「一般化」をより大きな考え方と考え、上記の10の考え方からは削除した。

もう1つは、それぞれの考え方の関連についてである。

「拡張」の考え方は「統合」の考え方の1つでは？

「統合」の考え方はもっと多様にあるのでは？

もっと多くの数学的な考え方があるのでは？

などの問いをもたれることもあるだろう。

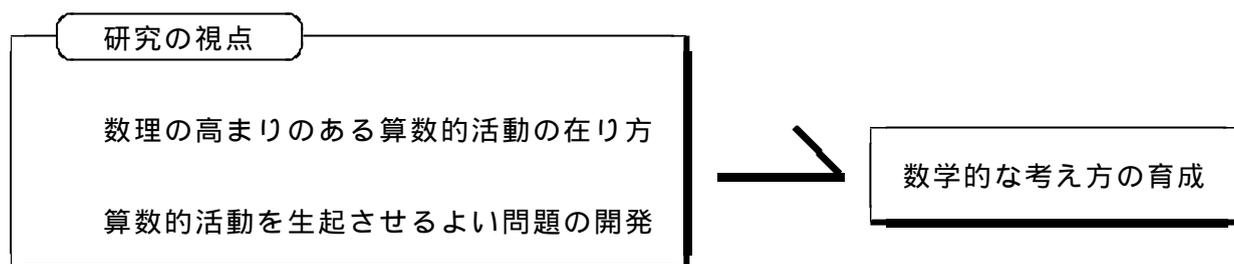
できるだけ重複が起こらないように分類してみたが、特性上、関連性・連続性があることは否めない。また、基本的に、小学生が算数の学習の中で行ってほしいと思われる内容や段階に留めたので、一般に考えられている数学的な考え方の全ては網羅されていない。

## 4 研究の方向

数学的な考え方がどのようなものであるかということが分かっていても、このような考え方があるということをお教え込んだり、個々の事柄をわからせることだけをねらって授業をしていたりしていたのでは数学的な考え方が育成できるとは言えないであろう。「わかった」「できた」ということと数学的な考え方を育てるということは必ずしも同じではない。

数学的な考え方を育成するには、子どもがその考えを伸ばすのにふさわしい問題と対峙することや、新たな数理を創り出していく過程における教師の支援が不可欠である。

ゆえに、数理の高まりのある算数的活動を組織するとともに、算数的活動を生起させる問題を開発していくことが重要であると考え、研究の視点を以下のように整理した。



## 5 数理の高まりのある算数的活動の在り方

### (1) 2つの算数的活動

子どもが数学的な価値を再発見、再創造することを算数を創るととらえてきた。そこでは、様々な数学的な考え方が駆使され、日常の事象や数理的なモデルが、よりレベルの上昇した事象やモデルへと高まっていく。では何を基にして創造していくのか。それは日常の事象であったりすでに算数の世界にもちこまれたモデルであったりする。低学年においては、主に日常の事象を取り上げ、生活との関連を図ることが大切であろうし、高学年に進むほどできあがったいくつかのモデルから新たな見方や考え方を創造していくことが重要になってくるであろう。そこで、算数的活動を以下のように整理してみた。

#### 数理化を図る算数的活動

日常、目にしている具体的な事象は、そのままでは数理的に処理できないのがふつうであろう。これらを理想化したり、共通点に目を向けて抽象化したりすることで、1つの原理、原則がつくられる。そして、つくられたものから具体を振り返ることで、簡潔に処理できる。

長方形を例に取れば、具体的に存在する黒板や窓はかどに丸みがあったりへりがまっすぐでなかったりして正しい長方形とは言えない。これらを、理想化して、不要なもの（大きさ、色、質等）を捨て去り、同じ観点（辺や角等）で着目することで長方形の意味がつくられる。

このように、日常の事象を目的を持って観察し、具体的な操作をしながら原理・原則を生み出していく活動を「数理化を図る算数的活動」と呼ぶことにする。

### 統合化・発展化を図る算数的活動

すでに、算数の世界にもちこまれたものをもとにして、それより高次の数理をつくっていくことである。例えば、整数と小数とを十進位取り記数法の考え方からまとめていく学習について考える。整数と小数を比較することで、10倍すると位が1つ、100倍すると位が2つ上がるという共通する本質的な考え方に気付いていくことで、 $1 = 1.0$ 、 $2 = 2.0$ というような形で整数を見ることができるようになるし、十進位取り記数法の立場から整数も同じものとしてみていくことができるようになる。

このように、数理化されたいくつかのモデルをもっと高い位置から見つめることで1つのものに統合し構造化していく活動のことを「統合化・発展化を図る算数的活動」と呼ぶこととする。

### (2) 問題解決を支える『数学的な考え方』の構造化

数学的な考え方の育成を目指して授業展開していくにあたって、学習の各段階でどのような数学的な考え方が用いられるのかを明らかにする必要があると考えた。

そこで、算数の学習活動としてどのような過程がふまれるかということと、その過程でどのような数学的な考え方が用いられるのかを構造的に捉えてみることにした。

なお、内容にかかわる数学的な考え方は、各単元で身に付けさせたい知識・技能に深く関連しているため、問題解決の各段階ごとに差異を設けにくいいため、ここでは、問題解決を支える数学的な考え方を態度と併せて各過程に位置付けることにした。

#### < 問題解決過程における数学的な考え方・態度 >

	問題解決過程	数学的な態度	数学的な考え方
数理の高まり (数理化を図る)	問題の構成理解，問題把握  ・なぜこの問題を考えるの	前時残された課題や自分たちの疑問をもとに，考えていきたい問題や内容を創りだしていく。 ・学習課題を見い出そうとする 既習との違いをつかみ，問題の条件間の関係を明らかにしようとする。	抽象化 (理想化，条件の明確化，具体化) 単純化
	・前とどこがちがうの ・問題のしくみはどうなっているの	・既習とのちがいを明確化する ・問題のしくみを絵や図，数直線等に表そうとする	記号化 (数量化，図形化)
	解決の見通し	結果や方法に対する見通しを立てる	類推

算  
数  
的  
活  
動  
・  
統  
合  
化  
・  
発  
展  
化  
を  
図  
る  
算  
数  
的  
活  
動  
を  
通  
し  
て

<ul style="list-style-type: none"> <li>・わかっていることが使い いかな</li> <li>・答えはどのくらいになる の</li> <li>・どんな方法を使おうか</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・既習の中から見えそうな見方 や考え方はないかと考えよう とする</li> <li>・およその結果を見積もろうと する</li> <li>・複数の解決の見通しを立てよ うとする</li> </ul>	<p>特殊化</p> <p>記号化 (数量化, 図形 化)</p>
<p>解決の遂行</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・きまりがみえてきたぞ</li> <li>・分かりやすく図に表そう</li> <li>・結果や方法はよいのかな</li> </ul>	<p>見通しに基づいて解決を進めて いく</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・数量形の関係やそれらの変化 のきまりを見い出そうとする</li> <li>・絵や図や数直線等に表示して, 結果や方法を見直そうとする</li> </ul>	<p>帰納 演繹 類推 単純化 特殊化 記号化</p>
<p>比較・検討</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・より簡単にならないかな</li> <li>・よりわかりやすくならな いかな</li> <li>・分かりやすく説明したい な</li> <li>・ちがいはどこかな</li> <li>・さらにまとまらないかな</li> <li>・どんなときにも使えるも のにならないかな</li> </ul>	<p>考え方や方法を数学的な価値(簡 潔・明瞭・的確)から検討して いく</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・より簡潔に処理しようとする</li> <li>・考える道筋を明確にしよう とする</li> </ul> <p>考え方や方法を, 妥当性, 関連 性, 有効性の視点から, 集団で 練り上げていく</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・考え方や方法の根拠を求め, 筋道立てて説明しようとする</li> <li>・異同関係に着目する</li> <li>・ある観点から同じものとして まとめようとする</li> <li>・数や形が変わっても通用する かどうかを考えようとする</li> </ul>	<p>帰納</p> <p>演繹</p> <p>拡張</p> <p>統合</p> <p>発展</p>
<p>活用</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・生活のこの場面で使われ ているのか</li> </ul>	<p>創り上げた数理を既習の学習内 容と関連させたり生活の様々な 場面に応用したりしていく</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・より広い場面に活用しよう とする</li> </ul>	<p>拡張 統合 発展</p>

## 6 算数的活動を生起させるよい問題の開発

数学的な考え方を育成し、生きて使えるようにするには毎時間の授業で提示される問題のしめる位置は大きいのではないだろうか。

では、数学的な考え方を育成するよい問題とはどのようなものなのか。  
一般的には以下のようにいわれている。

### **意欲を喚起できるもの**

子どもが問題に出会ったときに「何とか解決したい」という知的好奇心や探求心の生起するもの

### **数学的な考え方を育成できるもの**

育てたい数学的な考え方が多く含まれているもの

### **多様な解決方法が考えられるもの**

問題を把握し解決の見通しを立てる段階で、既習事項をもとに自分なりの見方や考え方を駆使することにより多様な解決方法が考えられるもの

このような3つのことを満たし、ねらいを達成できる問題を開発していきたいと考える。中でも、**数学的な考え方を育成できるもの** にスポットを当てて研究していきたい。

### (1) 授業構築にあたって

単元を通して育てたい数学的な考え方を明確にする

数学的な考え方の系統性を明確にする

各時間において身に付けさせたい数学的な考え方を明確にする

数理化を図る算数的活動及び統合化・発展化を図る算数的活動を組み込みながら

単元を通した問題づくりをする

数学的な考え方を引き出す発問・助言を用意する

基礎・基本をきちんと身に付けさせるための指導法を開発する

(個に応じて少人数制, T・T, 習熟度別等を取り入れる)

教科書にある表現に至った過程や背景を探ってみよう

単元の価値は何か

発展や統合の可能性は?

適用範囲を広げられそうか

どんな事象やモデルをどのように提示しようか

どのように操作させようか

## ( 2 ) 単元を通した問題

単元の初めに，その単元全体を見通すようなものであったり，1つの問題を解決すれば，自ずと次なる問題が生まれたりする問題。そこには，必然性と，意識の連続性がある。

このような問題を開発していくのと併せて，数理的な高まりを生起する2つの算数的活動の在り方を追究していくことで，子どもたちの数学的な考え方が練り鍛えられ，生きて使えるようになるのではないか。